

Камінський А. О., Дудик М. В., Решітник Ю. В.

**МОДЕЛІ
СТРУКТУРИ ПРИВЕРШИННОЇ ОБЛАСТІ
МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ НА ЛАМАНІЙ МЕЖІ
РОЗДІЛУ МАТЕРІАЛІВ**

Монографія

Умань
Бровари
2020

УДК 539.219.2(02)
K18

Рецензенти:

д-р техн. наук, проф. Т. Н. Азізов
д-р фіз.-мат. наук, проф. Н. Д. Вайсфельд
д-р фіз.-мат. наук, проф. В. І. Острик

*Рекомендовано Вченою радою
Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини
Протокол № 6 від 24 листопада 2020 року*

Камінський А. О., Дудик М. В., Решітник Ю. В.

K18 Моделі структури привершинної області міжфазної тріщини на ламаній межі розділу матеріалів : монографія. Бровари : АНФ груп, 2020. 137 с.

ISBN 978-617-7252-22-0

В монографії досліджено механіко-математичні моделі структури привершинної області міжфазної тріщини, яка виходить з кутової точки ламаної межі розділу двох різних матеріалів. Викладено основи методу урахування впливу маломасштабних зон передруйнування в рамках моделей Леонова – Панасюка і Дагдейла на напружено-деформований стан в околі вершин концентраторів напружень. Отримано аналітичні розв'язки нових задач механіки руйнування про розрахунок параметрів модельних зон передруйнування і напружено-деформованого стану в кінці міжфазної тріщини у кутовій точці межі розділу.

Монографія призначена для науковців в галузі математичних методів механіки деформівного твердого тіла, механіки руйнування, інженерно-технічних працівників, аспірантів.

УДК 539.375.5(02)

ISBN 978-617-7252-22-0

**© Камінський А. О., Дудик М. В.,
Решітник Ю. В., 2020**

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ПРИВЕРШИННИХ ОБЛАСТЕЙ МІЖФАЗНИХ ТРІЩИН	7
1.1. Вихідні положення методу урахування маломасштабних зон передруйнування.....	7
1.2. Метод Вігхардта – Вільямса розкладання за власними функціями	14
1.2.1. Визначення особливостей напружено-деформованого стану біля гострокінцевих концентраторів напружень.....	14
1.2.2. Напружено-деформований стан біля кутової точки ламаної межі розділу матеріалів, з якої виходить міжфазна тріщина.....	16
1.3. Використання інтегрального перетворення Мелліна для розв'язання статичних задач механіки руйнування	23
1.3.1. Визначення поля напружень біля гострокінцевих концентраторів напружень за допомогою інтегрального перетворення Мелліна	23
1.3.2. Коефіцієнт інтенсивності напружень у вершині півнескінченної міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі розділу матеріалів	25
1.4. Метод Вінера – Гопфа у розв'язанні статичних задач теорії пружності.....	31
1.4.1. Основні положення методу Вінера – Гопфа.....	31
1.4.2. Розв'язання системи функціональних рівнянь Вінера – Гопфа з матричним коефіцієнтом типу Храпкова – Чеботарьова	33
1.4.3. Наближений метод розв'язання систем функціональних рівнянь Вінера – Гопфа.....	35
РОЗДІЛ 2. СТРУКТУРА ПРИВЕРШИННОЇ ОБЛАСТІ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ, ЩО ВИХОДИТЬ З КУТОВОЇ ТОЧКИ ЛАМАНОЇ МЕЖІ РОЗДІЛУ ДВОХ РІЗНИХ МАТЕРІАЛІВ	39
2.1. Модель зони передруйнування в адгезійному прошарку від вершини міжфазної тріщини у кутовій точці ламаної межі розділу	39
2.2. Дослідження початкового етапу повороту міжфазної тріщини у кутовій точці ламаної межі розділу матеріалів	49
2.3. Вплив пластичності з'єднувального матеріалу на поворот міжфазної тріщини у кутовій точці ламаної межі розділу матеріалів	57
2.3.1. Маломасштабна пластична смуга у з'єднувальному матеріалі	58
2.3.2. Бічна зона передруйнування у кінці міжфазної тріщини.....	65
2.4. Вплив пластичності матеріалів на міцність композитного з'єднання з ламаною межею розділу.....	72
2.4.1. Параметри бічної пластичної смуги	72
2.4.2. Параметри вторинної міжфазної зони передруйнування.....	77

РОЗДІЛ 3. ОСОБЛИВОСТІ СТРУКТУРИ ПРИВЕРШИННОЇ ЗОНИ	
ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ У З'ЄДНУВАЛЬНОМУ МАТЕРІАЛІ	85
3.1. Когезійна модель маломасштабної міжфазної зони передруйнування	85
3.1.1. Когезійна зона передруйнування у з'єднувальному матеріалі біля вершини міжфазної тріщини на плоскій межі розділу	86
3.1.2. Когезійна модель зони передруйнування біля вершини тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі розділу	94
3.2. Структура зони передруйнування у з'єднувальному матеріалі в кінці міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі розділу	101
3.3. Зона деструкції у пластичному адгезійному шарі біля вершини міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі розділу	106
3.4. Вплив зміцнення і деструкції з'єднувального матеріалу на міцність міжфазного з'єднання	110
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	121

ВСТУП

Тріщина на межі розділу різних матеріалів (міжфазна тріщина) є поширеним дефектом у будові композитів, клеєних і зварних з'єднань, покриттів тощо. Розвиток тріщини між складовими частинами кусково-однорідних тіл з відмінними фізико-механічними характеристиками в процесі експлуатації здатен призвести до їх часткового або повного руйнування. Необхідність прогнозування міцності та забезпечення надійності і довговічності використання деталей машин і елементів конструкцій, виготовлених з різних матеріалів, обумовили тривалий і глибокий інтерес науковців до проблеми міжфазних тріщин.

Переважає більшість досліджень міжфазних тріщин стосуються випадку їх розташування на плоскій межі розділу двох різних матеріалів. У той же час, бракує аналогічних досліджень більш загального випадку – міжфазних тріщин, розташованих на ламаній межі розділу. Монографія частково заповнює цю прогалину, розглядаючи задачі про розрахунок в умовах плоскої деформації параметрів маломасштабних зон передруйнування, що виникають у кусково-однорідному тілі в околі вершини міжфазної тріщини, яка співпадає з кутовою точкою ламаної межі розділу двох різних однорідних ізотропних матеріалів. Досліджуються наступні конфігурації зон передруйнування в структурі привершинної області:

- міжфазна зона утворюється на межі розділу матеріалів;
- бічна зона, яка відхиляється від межі розділу матеріалів;
- одночасне утворення бічної та міжфазної зон передруйнування.

В основу методу дослідження параметрів зон передруйнування та їх впливу на напружено-деформований стан в околі вершини міжфазної тріщини покладено модель Леонова – Панасюка – Дагдейла, яка подає зону відрізком лінії розриву нормального переміщення у матеріалі з крихким механізмом руйнування і відрізком лінії розриву дотичного переміщення у квазікрихкому або пластичному матеріалі. Для напружень на лінії розриву використовувалась умова Треска – Сен-Венана переходу матеріалу у передруйнівний стан. Орієнтація бічної зони передруйнування визначалась з умови максимуму потенціальної енергії, накопиченої в зоні.

У припущенні мультимасштабності структурних елементів привершинної області міжфазної тріщини завдання розрахунку їхніх параметрів і дослідження напружено-деформованого стану в околі вершини за різних умов навантаження і для різних конфігурацій кусково-однорідного тіла зводилось до послідовного розв'язання, в порядку зменшення масштабу, окремих крайових задач теорії пружності про лінії розриву переміщення скінченої довжини у кусково-однорідній площині з півнескінченною міжфазною тріщиною. Врахування конфігурації композитного тіла і зовнішнього навантаження на кожному етапі

здійснювалось в рамках лінійної механіки руйнування шляхом формулювання умови на нескінченності як вимоги зрощування шуканого розв'язку задачі про параметри досліджуваного елементу структури привершинної області з асимптотичним розв'язком аналогічної задачі без даного елементу при нехтуванні структурними елементами меншого масштабу. За допомогою інтегрального перетворення Мелліна відповідні крайові задачі зводились до скалярних або векторних функціональних рівнянь відносно трансформант компонентів напружень і градієнтів деформацій на лінії розриву, які є визначальними у побудові моделі досліджуваного структурного елементу. Розв'язання функціональних рівнянь здійснювалось за допомогою методу Вінера – Гопфа. Для розв'язання векторних рівнянь Вінера – Гопфа розвинуто наближений метод, який базується на поданні матричного коефіцієнта рівняння у вигляді суми двох матриць, одна з яких допускає точну факторизацію, а стосовно іншої передбачається малість порівняно з першою матрицею в області визначення рівняння. Використовуючи умову обмеженості напружень у кінці структурного елемента, з отриманих розв'язків рівнянь Вінера – Гопфа визначали його довжину, зміщення берегів у його початку та поле напружень в околі вершини тріщини.

Розвинуто модель структури зони передруйнування у з'єднувальному матеріалі в кінці міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі розділу, яка передбачає існування у прилеглий до вершини частині зони області деструкції матеріалу. Здійснено аналіз впливу зміцнення і деструкції з'єднувального матеріалу на міцність композитного з'єднання.

В рамках розвинутих моделей структури привершинної області міжфазної тріщини виконано чисельний аналіз залежностей лінійних розмірів зони передруйнування, зони деструкції і контактної зони, розкриття тріщини, граничного стану і локального поля напружень від будови тіла та конфігурації зовнішнього навантаження. Досліджено вплив зон передруйнування на поворот міжфазної тріщини у кутовій точці межі розділу і граничне навантаження, що визначає початок подальшого її поширення.

Монографія підсумовує дослідження авторів, виконаних впродовж попереднього періоду. Результати цих досліджень будуть корисними для науковців в галузі деформівного твердого тіла і механіки руйнування, інженерно-технічних працівників, викладачів та аспірантів.