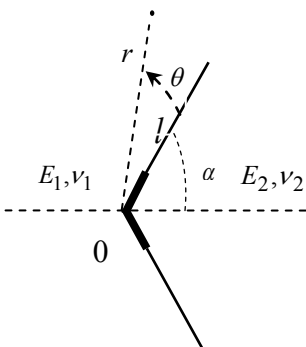


ПРО ПОЧАТКОВИЙ ЕТАП ПРОЦЕСУ РОЗШАРУВАННЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ІЗОТРОПНОГО ПРУЖНОГО ТІЛА БІЛЯ ЙОГО КУТОВОЇ ТОЧКИ

Поліщук Т.В.

Кусково-однорідне тіло, що знаходиться в умовах плоскої деформації, складене з різних однорідних частин, які з'єднані між собою тонким шаром. Пружний матеріал шару є більш крихким, ніж матеріали указаних частин.

Зі зростанням зовнішнього навантаження біля кутової точки межі поділу середовищ, з'являється і розвивається зона переддруйнування у вигляді пари вузьких смуг, які виходять з цієї точки і розташовані на межі. Таким чином, має місце початковий етап процесу розшарування кусково-однорідного ізотропного пружного тіла біля його кутової точки.



Оскільки з'єднуючий матеріал є пружним, переважні деформації у зоні переддруйнування розвиваються за механізмом відриву. Тому смужку-зону моделюватимемо лінією розриву нормального переміщення, на якій нормальне напруження дорівнює заданій сталій з'єднуючого матеріалу σ .

З урахуванням малості зони переддруйнування з метою визначення її довжини приходимо до плоскої статичної симетричної задачі лінійної теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка містить розрізи скінченної довжини, що виходять з кутової точки та розташовані на цій межі (рисунок). На нескінченності реалізується асимптотика, яка є розв'язком аналогічної задачі без розрізів, що породжується єдиним на інтервалі $]-1;0[$ коренем λ її характеристичного рівняння. Довільна стала C , яка входить в указаний розв'язок, вважається заданою. Вона характеризує інтенсивність зовнішнього поля і повинна визначатись з розв'язку зовнішньої задачі.

Для побудови точного розв'язку задачі (див. рис.) використовується метод Вінера – Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна [1,2]. Вона зводиться до функціонального рівняння Вінера – Хопфа у смузі комплексної площини, яка містить уявну вісь, що має вигляд:

$$\Phi^+(p) + \frac{\sigma}{p+1} + \frac{\sigma_1}{p+\lambda+1} = G(p)\Phi^-(p), \quad (1)$$

$$\Phi^+(p) = \int_1^{\infty} \sigma_{\theta}(\rho l, 0) \rho^p d\rho, \quad \Phi^-(p) = \frac{E_1}{4(1-\nu_1^2)} \int_0^1 \left\langle \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \right\rangle \bigg|_{r=\rho l} \rho^p d\rho,$$

$$\sigma_1 = -Cg(\alpha, e_0, \nu_1, \nu_2) l^{\lambda(\alpha, e_0, \nu_1, \nu_2)}, \quad e_0 = \frac{E_1}{E_2}$$

($\langle a \rangle$ – стрибок a ; g – відома функція).

Факторизація коефіцієнта $G(p)$ рівняння (1) на уявній осі здійснюється шляхом розщеплення цього коефіцієнта на функцію, яка факторизується за допомогою гамма-функцій, і функцію, яка факторизується за формулою Гахова.

З використанням цих факторизацій, принципу аналітичного продовження, теореми Ліувілля, деяких інших положень теорії функцій комплексної змінної будуватиметься точний розв'язок рівняння (1), який виражається через інтеграли типу Коші і гамма-функції. Виводиться формула для коефіцієнта інтенсивності напружень в кінці розрізу.

Довжина зони передруйнування визначається з умови обмеженості напружень біля кінця лінії розриву нормального переміщення, тобто з умови рівності нулю коефіцієнта інтенсивності напружень. Справедливою є така формула для визначення довжини $2l$ зони передруйнування:

$$l = L(\alpha, e_0, \nu_1, \nu_2) \left(\frac{|C|}{\sigma} \right)^{-1/\lambda(\alpha, e_0, \nu_1, \nu_2)} \quad (2)$$

(L – відома функція). Формула (2) встановлює закон розвитку початкової зони передруйнування біля кутової точки кусково-однорідного пружного тіла.

1. Нобл Б. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – М. : Изд-во иностр. лит., 1962. – 279 с.
2. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Л. : Наука, 1967. – 402 с.