

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

Г.І. Коберник

МАТЕМАТИКА

ПРАКТИКУМ

ЧАСТИНА II

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як
навчальний посібник для студентів педагогічних університетів
спеціальності “Початкова освіта”*

Умань
2014

УДК 372.47(07)
ББК 74.262.5я73
К 55

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів (лист №1/11 від 15.04.2014)

Рецензенти:

доктор педагогічних наук, професор Житомирського державного університету імені Івана Франка Н. А. Сейко;
кандидат фізико-математичних наук, доцент Уманського державного аграрного університету В. Є. Березовський

Коберник Г.І.

Математика. Практикум. Ч II. – Умань: ФОП Жовтий О. О., 2014. – 170 с.

Навчальний посібник написаний згідно навчальної програми курсу “Математика”, для педагогічних вузів спеціальності “Початкова освіта”. Посібник містить навчальну програму з цього курсу, структуру залікового кредиту у відповідності з кредитно-модульною системою оцінювання, орієнтовані плани практичних занять, зміст контрольних робіт із зразками розв’язання, тести до кожного із навчальних модулів, завдання для самостійного опрацювання, ІНДЗ та критерії оцінювання знань студентів.

Зміст

Передмова.....	5
Програма навчальної дисципліни «математика»...	6
<u>Змістовий модуль V. Системи числення і відношення подільності на множині цілих невід’ємних чисел</u>	
Практичні заняття	
Тема 1: «Десяткова система числення та виконання арифметичних операцій у ній»	12
Тема 2: «Недесяткові позиційні системи числення. Додавання і віднімання чисел у них»	16
Тема 3: «Множення і ділення у недесятковій позиційній системі числення. Перехід від запису числа в одній позиційній системі числення до запису в іншій»	17
Тема 4. «Відношення подільності і ознаки подільності».....	18
Тема 5. «Спільні кратні і дільники».....	21
Тема 6. «Прості і складені числа»	23
Контрольна робота № 5.	26
Тести. Система числення. Подільність. (Модуль 5) ...	30

Змістовий модуль VI. Розширення поняття числа.

Практичні заняття.

Тема 1. «Властивості множини додатних раціональних чисел. Арифметичні операції над додатними раціональними числами»	43
Тема 2. «Десяткові дробі. Відсотки».....	47
Тема 3. «Основні задачі на дробі і відсотки».....	50
Контрольна робота № 6.	55
Тести. Додатні раціональні числа.	63
Дійсні числа.	78

Змістовий модуль VII. Рівняння і нерівності.

Практичні заняття.

Тема 1. «Числові вирази. Розв’язування задач на складання виразів»	85
Тема 2. «Вирази із змінною. Тотожність. Рівняння з однією змінною та їх властивості»	87
Тема 3. «Нерівності з однією змінною, їх системи і сукупності»	89
Тема 4. «Рівняння і нерівності з двома змінними, їх системи і сукупності»	91
Тема 5. «Числові функції шкільного курсу математики»	94
Завдання для самостійної роботи.	99
Контрольна робота № 7.	104
Тести. Рівняння і нерівності.	114

Змістовий модуль VIII. *Елементи геометрії. Величини.*

Практичні заняття.

Тема 1. «Система геометричних понять шкільного курсу математики. Задачі на побудову»	126
Тема 2. «Розв’язування задач із обґрунтуванням вибору операцій над величинами»	129
Тема 3. «Підсумкове заняття. Самостійна робота.»	132
Тести. Елементи геометрії	136
<i>Величини та їх вимірювання.</i>	146
Екзаменаційні питання.	155
Основні математичні терміни.	161

Передмова

Посібник написаний згідно вимог кредитно-модульної системи оцінювання знань студентів.

Друга частина посібника містить навчальну програму з математики з чотирьох навчальних модулів (V – VIII), структуру залікового кредиту, список рекомендованої літератури, завдання для самостійного опрацювання, ІНДЗ та критерії оцінювання знань студентів.

Варто відзначити, що посібник містить орієнтовані плани практичних занять до кожної теми зі змістом завдань, які є доцільними для засвоєння теоретичного матеріалу, що читається під час лекцій згідно навчальної програми. Це дає змогу студенту зекономити час. У кінці кожного змістового модуля розміщено зміст контрольних завдань у десяти варіантах і зразки їх розв'язання. Тому студент має змогу на високому рівні підготуватися до написання контрольної роботи. Далі йдуть тестові завдання, які зорієнтовані на перевірку засвоєння основного програмового матеріалу з математики.

Посібник не є догмою і викладач може вносити необхідні на його погляд зміни та творчо використовувати його матеріал.

Змістовий модуль V. Системи числення і відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел.

Тема 5.1. Системи числення.

Поняття про системи числення. Число і цифра. Непозиційні і позиційні системи числення. Десяткова система числення, запис, читання і порівняння цілих невід'ємних чисел в ній. Алгоритм додавання, віднімання, множення і ділення чисел в десятковій системі числення. Недесяткові позиційні системи числення: запис, читання і порівняння чисел в них. Алгоритми додавання і віднімання, множення і ділення чисел в недесяткових позиційних системах числення. Таблиці додавання і множення. Перехід від запису чисел в одній позиційній системі до запису в іншій.

Тема 5. 2. Відношення подільності.

Відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел та його властивості. Подільність суми, різниці і добутку. Поняття про ознаку подільності. Ознака подільності Паскаля. Ознаки подільності на 2, 3, 4, 5, 9, 11, 25 в десятковій системі числення.

Тема 5. 3. Спільні кратні і дільники.

Спільні кратні та найменше спільне кратне кількох натуральних чисел і його властивості. Спільні дільники та найбільший спільний дільник кількох натуральних чисел і його властивості. Взаємно прості та попарно взаємнопрості числа. Властивості найменшого спільного кратного та найбільшого спільного дільника двох чисел. Теорема про подільність, що пов'язані із взаємно простими числами. Ознака подільності на числа, що є добутком двох взаємно простих чисел. Алгоритм Евкліда.

Тема 5. 4. Прості і складені числа.

Розбиття множини цілих невід'ємних чисел на 4 класи за кількістю дільників. Прості і складені числа. Властивості відношення подільності між двома натуральними числами.

одне з яких просте. Існування простого дільника у кожного натурального числа більшого одиниці. Нескінченність множини простих чисел (теорема Евкліда). Критерій простоти натурального числа. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики. Канонічний розклад натурального числа, більшого 1. Загальний вид канонічних розкладів дільників натурального числа. Ознака подільності на складене число. Алгоритми знаходження найменшого спільного кратного і найбільшого спільного дільника кількох натуральних чисел за їх канонічними розкладами.

Змістовий модуль VI. Розширення поняття числа.

Тема 6. 1. Задача розширення поняття числа. Додатні раціональні числа.

Задача розширення поняття числа. Короткі історичні відомості про виникнення раціональних і дійсних чисел. Сумірні відрізки. Вимірювання відрізків, сумірних із одиничним відрізком. Поняття дробу. Відношення рівності дробів та його властивості. Основна властивість дробу. Додатне раціональне число та його запис (зображення). Нескоротний запис додатного раціонального числа. Множина додатних раціональних чисел. Упорядкованість множини додатних раціональних чисел. Операції додавання і множення додатних раціональних чисел та їх властивості. Операції віднімання і ділення. Десятковий дріб. Алгоритми арифметичних операцій над десятковими дробами. Перетворення звичайних дробів у десяткові. Нескінченні періодичні десяткові дробі. Зображення додатних раціональних чисел нескінченними десятковими дробами.

Тема 6. 2. Дійсні числа.

Несумірні відрізки. Існування несумірних відрізків. Вимірювання відрізка, несумірного з одиничним відрізком. Нескінченні неперіодичні десяткові дробі. Множина додатних дійсних чисел. Від'ємні дійсні числа. Число “нуль”. Множина дійсних чисел. Взаємнооднозначна

відповідність між множиною дійсних чисел і точок координатної прямої. Протилежні числа. Упорядкованість множини дійсних чисел. Неперервність множини дійсних чисел. Поняття про арифметичні операції над дійсними числами та їх властивості.

Змістовий модуль VII. Вирази, рівняння і нерівності.

Тема 7. 1. Вирази. Відношення рівності і нерівності на множині виразів.

Числовий вираз і його значення. Числові рівності і їх властивості. Числові нерівності та їх властивості. Вирази із змінними та їх основні характеристики. Відношення тотожності на множині виразів. Тотожні перетворення на множині виразів. Тотожності.

Тема 7. 2. Рівняння та нерівності з однією змінною.

Рівняння з однією змінною як предикат та його основні характеристики. Рівносильні рівняння. Лінійні рівняння з однією змінною та їх розв'язування. Нерівність з однією змінною як предикат та їх основні характеристики. Рівносильні нерівності. Лінійні нерівності з однією змінною та їх розв'язування. Системи і сукупності рівнянь і нерівностей з однією змінною та їх розв'язування.

Тема 7. 3. Рівняння і нерівності з двома змінними.

Рівняння з двома змінними і його основні характеристики. Графік рівняння. Системи і сукупності рівнянь з двома змінними та способи їх розв'язування. Нерівність з двома змінними і її основні характеристики. Графічне розв'язування нерівностей з двома змінними. Системи та сукупності нерівностей з двома змінними та їх графічне розв'язування.

Тема 7. 4. Числові функції.

Числові функції та їх основні характеристики. Функції оберненої і прямої пропорційності. Лінійна функція. Графіки числових функцій та їх перетворення. Функції прямопропорційної і оберненопропорційної залежності, їх властивості і графіки

Змістовий модуль VIII. Елементи геометрії. **Величини.**

Тема 8. 1. Основні поняття геометрії.

Короткі історичні відомості про виникнення геометрії. Система геометричних понять шкільного курсу геометрії. Поняття про геометричну фігуру. Ламана та її основні характеристики. Плоскі геометричні фігури (ламана, многокутник, коло, круг). Побудова плоских геометричних фігур за допомогою циркуля і лінійки. Задачі на побудову.

Тема 8. 2. Просторові геометричні фігури.

Просторові геометричні фігури та їх зображення на площині. Поняття про геометричне тіло. Многогранники. Теорема Ейлера про многогранники (без доведення). Тіла обертання.

Тема 8. 3. Поняття про величини та їх вимірювання.

Відображення властивостей дійсного світу через поняття величини. Додатні адитивно-скалярні величини та їх властивості. Поняття про вимірювання величин. Види величин. Довжина відрізка, її основні властивості. Одиниці довжини та відношення між ними. Площа фігури, її основні властивості. Одиниці площі та відношення між ними. Способи вимірювання площ. Рівновеликі і рівноскладені фігури. Поняття про об'єм тіла. Одиниці об'єму та відношення між ними. Поняття про масу. Одиниці маси та відношення між ними. Поняття про час і проміжки часу. Одиниці часу і відношення між ними. Шлях і швидкість, одиниці їх вимірювання і відношення між ними. Залежність між швидкістю, часом і шляхом при рівномірному прямолінійному русі. Товар, його кількість, вартість і ціна, залежність між ними та одиниці їх вимірювання.

Рекомендована література

Базова

1. Математика / В. Н. Боровик, Л. М. Вивальнюк та ін. – К.: Вища школа. Головне видавництво, 1980.
2. Боровик Н. В., Зайченко І. В., Рудник А. В. Математика. Практикум Ч. 1 – Ч. 2: Навчальний посібник. – Чернігів, 2003 – 2004.
3. Кухар В. М., Білий Б. М. Теоретичні основи початкового курсу математики. Вид. 2-ге. – К.: Вища школа. Головне видавництво, 1987.
4. Математика: посібник для студентів пед. факультетів/ Н.І. Затула, О.М. Зуб, Г.І. Коберник, А.Ф. Нещадим. – К.: Кондор, 2006. – 560с.
5. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988.
6. Математика. Множини. Логіка. Цілі числа. Практикум / В.М. Кухар, С.І.Тадіян, В.П.Тадіян. – К.: Вища школа. Головне видавництво, 1989.
7. Збірник задач і вправ з арифметики для педагогічних училищ. Вид. 3-є. / В.А.Ігнат'єв, А.М.Ігнат'єв, Я.О.Шор. – К.: Рад. школа, 1964.
8. Задачник-практикум по математике / Н.Н.Лаврова, Л.П.Стойлова. – М.: Просвещение, 1985.
9. Методичні вказівки з математики. Частини I-VII / О.М.Зуб, А.Ф.Нещадим, - Умань: УДПІ, 1989-1992 рр.

Допоміжна

10. Алгебра і теорія чисел. Частина I. / С.Т.Завало, В.М. Костарчук, Б.І. Хоцет –К.: Вища школа. Головне видавництво, 1975.
11. Боровик Н. В., Зайченко І. В., Рудник А. В. Математика. Практикум у 7-ми ч.: Навчальний посібник. – Чернігів, 2003 – 2004.
12. Бородін О.І. Історія розвитку поняття про число і системи числення. Вид. 3-є. – К.: Радянська школа, 1975.

13. Задачник-практикум по математике. / Под редакцией проф. Н.Я.Виленкина –М: Просвещение, 1977.
14. Ковальчук В. Баб'як-Білецька Л., Сил юта Л., Стасів Н. Математика у 8-ми модулях.: Навчальний посібник для педагогічних вузів спец. "Початкове навчання". – Дрогобич, 2001 – 2003.
15. Математика / Н. Я. Виленкин, А. М. Пышкало и др. – М.: Просвещение, 1977.
16. Сборник задач по математике. Пособие для педучилищ / А. М.Пышкало, Л.П.Стойлова и др. – М.: Просвещение, 1979.
17. Стойлова Л.П., Виленкин Н.Я. Целые неотрицательные числа. – М.: Просвещение, 1986.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ V

(Системи числення і подільність)

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Тема 1. Десяткова система числення та виконання арифметичних операцій у ній

I. Теоретичні питання

1. Системи числення, вимоги до систем числення. Види систем числення.
2. Позиційні і непозиційні системи числення.
3. Запис натурального числа у десятковій системі числення. Теорема про десятковий запис натурального числа у десятковій системі числення.
4. Читання натурального числа у десятковій системі числення.
5. Теореми, що лежать в основі порівняння чисел, записаних у десятковій системі числення.
6. Алгоритми додавання і віднімання у десятковій системі числення.
7. Алгоритми множення і ділення.

II. Практичні завдання

1. № 94[8, с.137]. Замініть наступні суми коротким записом числа:

- | | |
|---|--|
| а) $2 \cdot 10 + 7$; | г) $3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7$; |
| б) $6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1$; | д) $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 6$; |
| в) $9 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$; | е) $1 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^2$. |

2. № 95[8, с.137]. Запишіть число, в якому:

- а) x десятків і одна одиниця;
- б) 3 десятки та x одиниць;
- в) t десятків і t одиниць.

3. № 96[8, с.137]. Скільки у числі 132 620:
- а) одиниць;
 - б) одиниць тисяч;
 - в) десятків;
 - г) десятків тисяч;
 - д) сотень;
 - е) сотень тисяч?
4. № 97[8, с.137]. Скільки цифр в записі числа: а) 245; б) 0; в) 1 000 000; г) 343 537? Скільки серед них різних цифр?
5. № 98[8, с.137]. Цифра десятків у записі даного двоцифрового числа втричі більша цифри одиниць. Якщо ці цифри переставити, то вийде число, менше за дане на 36. Знайдіть дане число.
6. № 99[8, с.137]. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 16. Якщо від цього числа відняти число, записане тими ж цифрами, але в зворотному порядку, то вийде – 18. Знайдіть це число.
7. № 101[8, с.137]. Учні початкових класів виконують завдання: „Поясни, як виконано додавання трьохцифрових чисел: $246 + 123 = (200 + 40 + 6) + (100 + 20 + 3) = (200 + 100) + (40 + 20) + (6 + 3) = 360 + 60 + 9 = 369$ ”. Поясніть розв’язання даного прикладу, використовуючи “мову” учнів. Поясніть зміст цього завдання, опираючись на поняття десяткової системи числення і закони додавання натуральних чисел.
8. № 102[8, с.137]. Виконайте дії, використовуючи асоціативний закон додавання:
- а) $(7\ 357 + 2\ 848) + 5\ 152$;
 - б) $18\ 356 + (1\ 644 + 2\ 135)$.
9. № 103 [8, с.137]. Вирахуйте раціональним способом значення кожного із нижче наведених виразів і поясніть, які закони додавання були при цьому використані:
- а) $386 + 287 + 213 + 564$;
 - б) $3\ 057 + 1\ 561 + 1\ 513 + 829 + 2\ 564$.
10. № 104 [8, с.137]. Розв’язання нижче наведеної задачі запишіть у вигляді числового виразу, а потім знайдіть його значення:

У місті три бібліотеки. В одній із них 24 650 книг, в другій – на 8 060 більше, ніж в першій, а в третій на 1 700 книг більше, ніж у другій. Скільки книг в трьох бібліотеках?

11. № 106 [8, с.138].. Учні початкових класів виконують завдання: „Поясни, як виконано віднімання двоцифрового числа: $64 - 23 = (60 + 4) - (20 + 3) = (60 - 20) + (4 - 3) = 40 + 1 = 41$ ”. Обґрунтуйте зміст цього завдання, використовуючи поняття десяткової системи числення.

12. № 108 [8, с.138].. Учні початкових класів виконують завдання: „Поясни, спосіб множення: $426 \cdot 3 = (400 + 20 + 6) \cdot 3 = 400 \cdot 3 + 20 \cdot 3 + 6 \cdot 3 = 1200 + 60 + 18 = 1278$ ”. Обґрунтуйте зміст цього завдання, використовуючи поняття десяткової системи числення та закони дій над числами.

13. № 110 [8, с.138]. Вирахуйте раціональним способом значення виразу і поясніть, які закони множення були при цьому використані:

а) $46 \cdot 1001$; б) $999 \cdot 32$; в) $4 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 25$.

14. № 112 [8, с.138]. Обґрунтуйте спосіб обчислення

а) $13 \cdot 64 = 26 \cdot 32 = 52 \cdot 16 = 104 \cdot 8 = 208 \cdot 4 = 416 \cdot 2 = 832 \cdot 1 = 832$;

б) $24 \cdot 17 = 24 \cdot 16 + 24 = 48 \cdot 8 + 24 = 96 \cdot 4 + 24 = 192 \cdot 2 + 24 = 384 \cdot 1 + 24 = 384 + 24 = 408$.

15. № 113 [8, с.138].. Використовуючи спосіб множення, що описаний у попередній вправі, знайдіть значення добутку:

а) $23 \cdot 16$; б) $451 \cdot 8$; в) $91 \cdot 12$.

16. № 136[8, с.142]. Скільки цифр необхідно для запису чисел:

а) у десятковій системі числення;

б) у двійковій системі числення;

в) у вісімковій системі числення;

г) у системі числення з основою p .

III. Завдання для самостійного опрацювання

1. Теоретичне завдання. Запис чисел в різних системах числення.
2. Практичні завдання.

1. № 105[8, с.137]. Встановіть, які теоретичні положення використовуються при відніманні багатоцифрових чисел:
$$482 - 257 = (4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 2) - (2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 7) = (4 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^2) + (8 \cdot 10 - 5 \cdot 10) + (2 - 7) = (4 - 2) \cdot 10^2 + (7 + 1) \cdot 10 - 5 \cdot 10 + (2 - 7) = 2 \cdot 10^2 + (7 \cdot 10 - 5 \cdot 10) + 1 \cdot 10 + (2 - 7) = 2 \cdot 10^2 + (7 - 5) \cdot 10 + (12 - 7) = 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5 = 225.$$

2. № 107[8, с.139]. Обґрунтуйте спосіб множення трицифрового числа на одноцифрове:
$$637 \cdot 4 = (6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 7) \cdot 4 = (6 \cdot 10^2) \cdot 4 + (3 \cdot 10) \cdot 4 + 7 \cdot 4 = (6 \cdot 4) \cdot 10^2 + (3 \cdot 4) \cdot 10 + 7 \cdot 4 = 24 \cdot 10^2 + 12 \cdot 10 + 28 = (2 \cdot 10 + 4) \cdot 10^2 + (1 \cdot 10 + 2) \cdot 10 + (2 \cdot 10 + 8) = 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 8 = 2 \cdot 10^3 + (4 + 1) \cdot 10^2 + (2 + 2) \cdot 10 + 8 = 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 8 = 2548$$

3. № 151 [8, с.142]. Розв'яжіть нижченаведені задачі, використовуючи запис числа в десятковій системі числення:
- а) Двоцифрове число закінчується цифрою 3. Якщо суму його цифр помножити на 4, то вийде число, записане тими ж цифрами, але в зворотному порядку. Знайдіть двоцифрове число.
 - б) У двоцифровому числі десятків у три рази більше, ніж одиниць. Якщо між цифрами цього числа вставити цифру 0, то число збільшиться на 540. Знайдіть двоцифрове число.
 - в) У трицифровому числі десятків на один більше, ніж одиниць і сотень на одну більше, ніж десятків. Якщо до цього числа додати число, записане тими ж цифрами, але у зворотному порядку, то вийде 444. Знайдіть це число.
 - д) Різниця між найбільшим трицифровим числом і задуманим у 2 рази більша різниці між задуманим числом

і найбільшим двоцифровим числом. Знайти задумане число.

Тема 2. Недесяткові позиційні системи числення.

Додавання і віднімання чисел у них

І. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Запис натурального числа в недесятковій позиційній системі числення.
2. Теорема про існування запису будь-якого натурального числа в недесятковій позиційній системі числення.
3. Алгоритм порівняння чисел на основі їх запису.
4. Алгоритми додавання і віднімання.
5. Алгоритм переходу від десяткової системи числення до іншої позиційної системи числення і навпаки.

III. Практичні завдання

- Записати число 379 в системі числення з основою $g = 6$; 759 – з основою $q = 2$; 256642 – з основою 5; 7; 11.
- Записати числа 511403_7 і 30213_4 в десятковій системі числення.
- Обчислити суму:
а) $434213_5 + 2343_5$; в) $10011_2 + 111001_2 + 1111_2$.
б) $3758_9 + 276_9$;
- Знайти різницю (з перевіркою):
а) $343001_6 - 24213_6$; б) $134602_8 - 26415_8$.
- Обчислити:
 $4413_{(6)} - 3234_{(6)} + 40432_{(6)}$.
- Розв'язати рівняння на основі залежності між компонентами:
а) $x + 431_5 = 3314_5$; б) $x - 142_7 = 5631_7$.

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання. Множення і ділення натуральних чисел у недесятковій позиційній системі числення. Перехід від запису натурального числа в одній позиційній системі числення до іншої позиційної системи числення.
2. Практичні завдання.
№1. Обчислити:
а) $745_8 + 427_8 + 653_8 + 1175_8$;
б) $2020021_3 + 10210212_3 + 10221_3 - 1212002_3$.

Тема 3. Множення і ділення у недесятковій позиційній системі числення. Перехід від запису числа в одній позиційній системі числення до запису в іншій

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Алгоритм множення в недесятковій системі числення. Таблиця множення.
2. Алгоритм ділення в недесятковій системі числення.
3. Алгоритм переходу від запису числа в одній недесятковій позиційній системі числення до його запису в іншій позиційній системі числення.

III. Задачі для розв'язування

1. Знайти добуток чисел:
а) $2734_8 \cdot 653_8$; б) $43413_5 \cdot 423_5$.
2. Знайти частку чисел:
а) $2134_5 : 12_5$; б) $1022_3 : 12_3$; в) $731_8 : 13_8$.
3. Перейти від запису числа в одній системі числення до його запису в іншій системі числення і зробити перевірку:
а) $23045 = a_6$; б) $4367_8 = a_7$;
в) $475_9 = a_3$; г) $34 = a_2$.

4. При якому значенні x правильна рівність:
 - а) $203_x = 53$; б) $401_x = 197$; в) $236_x = 1240_5$?
5. Знайти основу системи числення:
 - а) $306_x + 124_x = 220$; б) $752_x - 647_x = 67$.
6. Знайти значення виразу:
 - а) $67_8 \cdot 64_5 - 57_8 \cdot 37_8$; б) $23213_5 : 32_5 - 113_5 \cdot 3_5$;
 - в) $275_8 \cdot 342_5 + 4742_8 - 32012_4$.

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання. Відношення подільності. Ознака подільності Паскаля. Ознака подільності на 2, 3 (9), 4, 5, 11, 25.
2. Практичні завдання.
 1. № 39 [4, с.288]. У якій системі числення істинна рівність:
 - 1) $4 = 10_x$; 2) $29 = 104_x$; 3) $12 = 15_x$.
 2. № 40 [4, с.288]. Знайти значення x :
 - 1) $306_x + 124_x = 220$; 2) $102_x + 212_x = 34$;
 - 3) $752_x - 647_x = 67$; 4) $626_x : 123_x = 5$.
 3. Обчислити: $2445_6 + 8567_9 - 2434_6 \cdot 37_9$.

Тема 4. Відношення подільності і ознаки подільності

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Означення відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел та наслідки з нього. Поняття “кратне” і “дільник”.
2. Властивості відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел та наслідок з них.
3. Необхідні і достатні умови подільності цілого невід'ємного числа a і натурального числа b .
4. Теорема про необхідну умову існування частки двох натуральних чисел.
5. Подільність суми, різниці і добутку.

6. Загальна ознака подільності Паскаля.
7. Ознаки подільності на 2, 3, 4, 5, 9, 11, 25 у десятковій системі числення.

III. Практичні завдання

1. Чому число 12 є дільником числа 36 і кратне числу 4?
2. Знайти дільники чисел: 15; 24; 25.
3. Записати числа кратні 15; 24; 25.
4. №154[8, с. 143]. Які з чисел 528, 12960, 13000 і 2204 є кратними числа 4?
5. №155[8, с. 143]. Запишіть формулу числа, яке є кратним числу: а) 3; б) 5; в) 29.
6. №156[8, с. 144]. Довести, що: а) сума двох парних чисел є парним числом; б) сума двох непарних чисел є парним числом.
7. №158[8, с. 144]. Запишіть, використовуючи символи математичної логіки, властивість рефлексивності відношення подільності натуральних чисел і доведіть її, посилаючись на означення цього відношення.
8. №161[8, с. 145]. Дано числа 100, 252, 630. Не виконуючи ділення, встановити, які з них кратні: а) 2; б) 3; в) 4; г) 5; д) 9.
9. №163[8, с. 145]. M – множина чисел, які кратні 3, K – множина чисел, які кратні 9. Вкажіть істинне висловлення: а) $M = K$; б) $M \subset K$; $K \subset M$.
10. Не знаходячи суми, скажіть чи ділиться вона на 3 : $255 + 456$; $438 + 113$; $3791 + 352$. Чи може сума кількох доданків ділитися на деяке число, якщо кожен доданок не ділиться на це число?
11. Не обчислюючи, скажіть, значення яких виразів ділиться на 4 : $256 \cdot 33$; $27 \cdot 344$; $234 \cdot 562$. Якщо числа a і b не кратні числу c , чи означає це, що ab не кратне числу c ?
12. Доведіть, що будь-яке число виду $\overline{7aa7}$ ділиться на 11.
13. Довести:

- а) $\forall n \in N : (n^3 - n) : 6$
 б) $\forall n \in N : ((2n - 1)^3 - (2n - 1)) : 24$
14. Число a при діленні на 3 дає остачу 1. Яка остача при діленні на 3 чисел a^2 і a^3 ?
15. Довести, що $\forall a, v \in N_0 : av \cdot (a^2 - v^2) : 3$.
16. Довести: якщо a і v не діляться на 3 і дають різну остачу, то $(av + 1) : 3$.
17. Число a при діленні на 3 дає остачу 2. Яка остача при діленні на 3 чисел a^2 і a^3 ?
18. № 48 [4, с. 289]. Встановити ознаки подільності на 8 і 125.
19. № 43[4, с. 289]. Учень виконав обчислення прикладів

$$3546 + 2786 + 8126 = 14459 \text{ і}$$

$$3596 + 2546 + 3421 = 9564.$$

Не перевіряючи проміжних обчислень, учитель відразу ж сказав, що учень помилився при виконанні кожного з прикладів. Як були виявлені помилки?

20. № 44[4, с. 289]. Яку цифру потрібно записати замість x , щоб число ділилося на 4, на 3, на 9: $748x$, $54x2$, $62x4$, $5x24$, $8x34$.

21. № 46 [4, с. 289]. Назвати найменше і найбільше п'ятицифрові числа, які б ділились на: 1) 2, 2) 3, 3) 4, 4) 5, 5) 9.

22. № 47[4, с. 289]. Скількома нулями закінчується число $10!$?

IV. Завдання для самостійного опрацювання

1. Теоретичні питання.

Спільні кратні і дільники. Алгоритм Евкліда.

2. Практичні завдання.

- 1) №227 [8, с. 151]. Доведіть, що сума квадратів трьох послідовних натуральних чисел не ділиться на 3.
- 2) №228 [8, с. 151]. Доведіть, що якщо число не ділиться на 3, то його квадрат при діленні на 3 дає остачу 1.

3) №235 [8, с. 152]. Визначте, не виконуючи обчислень, значення яких виразів діляться на 15:

- а) $150 + 225$; б) $28422 + 22050$;
в) $5040 + 8310 + 750$; г) $2808 + 6500 + 1875$.

4) №236 [8, с. 152]. Визначте, не виконуючи обчислень, значення яких виразів діляться на 18:

- а) $24 \cdot 36 \cdot 53$; б) $123 \cdot 207 \cdot 41$;
в) $72 \cdot 29 \cdot 47$; г) $123 \cdot 201 \cdot 44$.

5) Ваш варіант проведення з учнями 3 класу дидактичної гри: „Знайди помилки”

- 1) $(232323 + 323232) : 555 = 11$;
2) $(421576 + 103979) : 55 = 111$;
3) $(700603 - 145048) : 5 = 111111$;
4) $(414141 + 141414) : 55 = 10101$.

Як доступно подати учням, які помилилися, алгоритм ділення, щоб попередити аналогічні помилки?

Тема 5. Спільні кратні і дільники

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Означення спільного кратного та найменшого спільного кратного кількох натуральних чисел, їх властивості.

2. Означення спільного дільника та найбільшого спільного дільника кількох натуральних чисел, їх властивості.

3. Властивості найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного двох чисел.

4. Теореми про подільність, що пов'язані із взаємно простими числами.

5. Алгоритм Евкліда.

III. Практичні завдання

1. №210 [8, с. 150]. Знайдіть числа a і b , якщо відомо:

- #### IV. Завдання для самостійного опрацювання

1. Теоретичні питання. Прості і складені числа. Знаходження найменшого спільного кратного та найбільшого спільного дільника кількох натуральних чисел за їх канонічними розкладами.

2. Практичні завдання.

1. №212 [8, с. 150]. Три шкільних кіоски отримали однакову кількість зошитів з різних торговельних баз, перша з яких привезла зошити в пачках по 50 штук, друга – по 100 штук, а третя – по 200 штук у кожній пачці. Скільки зошитів отримала кожна школа, якщо відомо, що трьом школам було відправлено менше 2000 зошитів?

2. №214 [8, с. 150]. 12 червня з одного причалу відправились три пароплави. Перший здійснює рейс за 4 доби, другий – за 9, третій – за 6. Визначте найближчу дату, коли одночасно відправляться у рейс перший і другий пароплави, другий і третій та всі три пароплави разом.

3. № 234 [8, с. 152]. Знайдіть НСД та НСК чисел за допомогою алгоритму Евкліда:

а) 299 і 391; б) 6 188 і 4 709;

4. № 238 [8, с. 152]. Винесіть спільний множник за дужки:

а) $450 + 160$; б) $750 + 3\,810 - 2\,070$.

Тема 6. Прості і складені числа

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Розбиття на класи множини цілих невід'ємних чисел за кількістю дільників.

2. Означення простого і складеного числа.

3. Теорема про подільність простого числа на натуральне число більше одиниці.

4. Теорема про відношення натурального числа і простого числа p .

5. Теорема про подільність добутку кількох натуральних чисел на просте число.

6. Теорема про існування простого дільника натурального числа більшого за одиницю та наслідок з неї.

7. Теорема Евкліда.

8. Критерій простоти та наслідок з нього.

9. Решето Ератосфена.

10. Сформулювати основну теорему арифметики. Конічний розклад числа a .

11. Теорема про канонічний розклад дільника натурального числа та наслідки з неї.

12. Теорема про канонічний розклад найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного кількох натуральних чисел.

III. Практичні завдання

1. Довести, що числа 139, 331 і 509 є простими, а числа 680, 819 і 221 є складеними.

2. Записати канонічний розклад числа:

а) 168;

б) 972;

в) 2526.

3. Чи може сума 2-х простих чисел бути простим числом?

4. Доведіть, що добуток 3-х послідовних натуральних чисел ділиться на 3.

5. Довести, що різниця квадратів 2-х послідовних парних натуральних чисел ділиться на 4.

6. Не виконуючи ділення, покажіть, що числа 6075 і 13860 кратні 45.

7. Серед даних тверджень вкажіть істинні:

а) $\forall a \in N : a : 7 \wedge a : 5 \rightarrow a : 35$;

б) $\forall a \in N : a : 10 \wedge a : 15 \rightarrow a : 150$;

в) $\forall a \in N : a : 15 \rightarrow a : 3 \wedge a : 5$;

г) $\forall a \in N : a : 45 \rightarrow a : 15 \wedge a : 3$.

8. Сформулювати ознаки подільності на 15, 36, 6, 12.

9. Доведіть, що різниця між кубом числа і самим числом кратна 6.

10. Довести, що $\forall a \in N: (a^3 + 5a) : 6$.
11. Знайти найбільший спільник дільник та найменше спільне кратне чисел, подавши їх в канонічному вигляді:
- | | |
|---------------|-------------------------|
| 1) 144 і 360; | 3) 16380, 33800 і 2730; |
| 2) 351 і 228; | 4) 238, 266, 413 і 329. |

IV. Завдання для самостійного опрацювання

2. Теоретичні питання. Звичайні дроби. Додатні раціональні числа.

3. Практичні завдання.

1) №196 [8, с. 148]. Доведіть, що різниця квадратів двох послідовних парних натуральних чисел ділиться на 4.

2) №197 [8, с. 148]. Доведіть, що добуток двох послідовних парних натуральних чисел кратний 8.

3) №221 [8, с. 151]. Доведіть, що різниця квадратів двох будь-яких парних чисел кратна 8.

4) №222 [8, с. 151]. Доведіть, що різниця квадратів двох будь-яких парних чисел кратна 4.

5) №232 [8, с. 152]. Із множини чисел 111, 127, 137, 139, 299, 1227 виділіть підмножину простих чисел.

6) №236 [8, с. 152]. Встановіть, не виконуючи обчислення, значення яких виразів ділиться на 18:

а) $24 \cdot 36 \cdot 53$;

в) $72 \cdot 29 \cdot 47$;

б) $123 \cdot 207 \cdot 41$;

г) $123 \cdot 201 \cdot 44$.

7) №239 [8, с. 152]. Знайдіть прості дільники кожного із чисел: 216, 594, 729, 1024, 2348.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 5

Завдання 1. Обчислити значення виразу в позиційній системі числення з основою g , якщо:

1. $3203_4 \cdot 43_5 - 42323_5 + 8105_9$ і $g = 5$;
2. $105454_6 + 22122_3 \cdot 54_6 - 8204_9$ і $g = 6$;
3. $1311200_7 - 41122_5 \cdot 64_7 + 5107_9$ і $g = 7$;
4. $137024_8 + 148854_9 - 11004_6 \cdot 63_8$ і $g = 8$;
5. $3121_4 \cdot 34_5 + 213413_5 - 7360_8$ і $g = 5$;
6. $350012_6 - 17506_8 + 20312_8 \cdot 54_6$ і $g = 6$;
7. $150613_8 + 5403_6 \cdot 64_7 - 546352_7$ і $g = 7$;
8. $288177_9 - 240753_8 + 33021_5 \cdot 73_8$ і $g = 8$;
9. $310341_5 - 21202_3 \cdot 43_5 + 7305_9$ і $g = 5$;
10. $342033_6 + 6504_7 - 12303_5 \cdot 45_6$ і $g = 6$.

Зразок розв'язування: $2314_5 \cdot 37_8 + 8105_9 - 13762_8$ і $g =$

8. Число 2314_5 запишемо в системі числення з основою g . Перехід від запису числа з меншою основою до його запису з більшою основою зручно зробити способом множення. Обчислення здійснюємо в системі числення з новою основою. В цьому випадку з основою $g = 8$.

$$\begin{array}{r} 2314_5 \\ \times \underline{5} \\ 12 + 3 = 15 \\ \quad \times \underline{5} \\ \quad 101 + 1 = 102 \\ \qquad \times \underline{5} \\ \qquad 512 + 4 = 516_8 \end{array}$$

Число 8105_9 запишемо в системі числення з основою 8. Перехід від запису числа з більшою основою до запису його з меншою основою зручно зробити способом ділення.

Обчислення здійснюємо в системі числення з старою основою. В цьому випадку з основою $g = 9$.

$$\begin{array}{r}
 8105_9 \overline{) 8_9} \\
 \underline{- 8} \\
 10 \\
 \underline{- 8} \\
 15 \\
 \underline{- 8} \\
 21 \\
 \underline{- 17} \\
 4 \\
 \underline{- 3} \\
 1 \\
 \underline{- 1} \\
 0 \\
 \hline
 a_0 a_1 a_2 a_3 a_4
 \end{array}$$

$$8105_9 = 13436_8$$

Записуємо вираз, у якому всі числа записані в системі числення з основою $g = 8$

$$516_8 \cdot 37_8 + 13436_8 - 13762_8 = 23136_8$$

$$\begin{array}{r}
 1) \quad 516_8 \\
 \quad + 37_8 \\
 \quad \hline
 \quad 4442 \\
 \quad + 1752 \\
 \quad \hline
 \quad 24162_8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2) \quad 24162_8 \\
 \quad + 13436_8 \\
 \quad \hline
 \quad 37620_8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3) \quad 37620_8 \\
 \quad - 13762_8 \\
 \quad \hline
 \quad 23136_8
 \end{array}$$

Завдання 2. Встановити, простими чи складними є числа:

- | | | | |
|---------|----------|---------|---------|
| 1) 653; | 2) 551; | 3) 713; | 4) 787; |
| 5) 863; | 6) 697; | 7) 919; | 8) 877; |
| 9) 943; | 10) 911. | | |

Зразок розв'язування: Встановити, простим чи складним є число 967.

Для того, щоб встановити, простим чи складним є число 967, треба скористатися критерієм простоти, тобто перевірити, чи є серед простих чисел квадрат яких не перевищує 967 дільники цього числа. Тобто, встановимо чи є серед простих чисел від 2 до 31 дільники числа 967, бо $31^2 = 961 < 967$, а $37^2 = 1369 > 967$.

Завдання 3. Користуючись алгоритмом Евкліда та зв'язком між найменшим спільним кратним і найбільшим спільним дільником двох чисел, знайти найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне даних чисел:

- Зразок розв'язування: Знайти найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел 20553 і 713, користуючись алгоритмом Евкліда та залежністю між найменшим спільним кратним і найбільшим спільним дільником двох чисел.

Ці обчислення зручно проводити за схемою

28

$$\text{НСК}(20553 \text{ і } 713) = \frac{20553 \bullet 713}{31} = \frac{20553 \bullet 23}{1} = 472719$$

Завдання 4. Встановити ознаки подільності на складені числа:

- 1) 6; 2) 12; 3) 15; 4) 18; 5) 24; 6) 30;
7) 36; 8) 45; 9) 75; 10) 90.

Зразок розв'язування: Встановити ознаку подільності натурального числа на число 22.

Число $22 = 2 \cdot 11$, де числа 2 і 11 взаємно прості, тому на основі наслідку: якщо число ділиться на два взаємно прості числа, то воно поділиться і на їх добуток, – що

$$a : 22 \Leftrightarrow a : 2 \wedge a : 11$$

Скориставшись відомими ознаками подільності на 2 і 11, матимемо: для того щоб натуральне число ділилось на число 22, необхідно і достатньо, щоб число, записане його останньою цифрою, ділилось на 2 і різниця між сумами цифр, які стоять на непарних і парних місцях, ділилась на 11.

За цією ознакою число 431572 ділиться на 22, оскільки $2 : 2$ і $(2 + 5 + 4) - (7 + 1 + 3) = 0$, а 0 ділиться на 11.

Завдання 5. Знайти найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне заданих чисел за допомогою їх канонічних розкладів:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) 9324, 4662 і 3330; | 2) 8370, 9765 і 3570; |
| 3) 15960, 12825 і 3420; | 4) 10332, 11480 і 3444; |
| 5) 7590, 2415 і 3450; | 6) 12474, 16632 і 18810; |
| 7) 10098, 6120 і 3468; | 8) 8568, 16660 і 3570; |
| 9) 15050, 54180 і 3612; | 10) 8118, 61992 і 3690. |

Зразок розв'язування: Знайти найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне заданих чисел 4680, 7722 і 4368 за допомогою їх канонічних розкладів.

Знаходимо канонічні розклади даних чисел:

4680	2	7722	2	4368	2
2340	2	3861	3	2184	2
1170	2	1287	3	1092	2
585	3	429	3	546	2
195	3	143	11	273	3
65	5	13	13	91	7
13	13	1		13	13
1				1	

Маємо $4680 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$.

$7722 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11 \cdot 13$.

$4368 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$.

Отже, за теоремою 26 НСД $(4680, 7722, 4368) = 2 \cdot 3 \cdot 13 = 78$ і НСК $(4680, 7722, 4368) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 2162160$.

Відповідь: НСД $(4680, 7722, 4368) = 78$,
НСК $(4680, 7722, 4368) = 2162160$.

ТЕСТИ

Система числення. Подільність (Модуль 5)

1. Сукупність знаків і правил, за допомогою яких можна записати і прочитати довільне ціле невід'ємне число, називається:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| а) операцією; | в) числовою системою; |
| б) системою числення; | г) цифрами. |

2. Перед кожною системою числення ставляться такі вимоги:

- а) алгоритми виконання арифметичних операцій на основі їх запису визначаються однозначно;
порівняння чисел на основі їх запису здійснюється легко;

будь-яке ціле невід'ємне число однозначно записується в даній системі числення.

б) будь-яке ціле невід'ємне число однозначно записується в даній системі числення;

числа легко порівнюються на основі їх запису;

алгоритми виконання арифметичних операцій над числами, записаними у даній системі числення, порівняно прості.

в) будь-яке ціле невід'ємне число легко записується в даній системі числення;

числа легко порівнюються на основі їх запису;

алгоритми виконання арифметичних операцій над числами, записаними у даній системі числення, порівняно прості.

г) будь-яке ціле невід'ємне число однозначно записується в даній системі числення;

порівняння чисел на основі їх запису здійснюється однозначно;

алгоритми виконання арифметичних операцій над числами, записаними у даній системі числення, порівняно прості.

3. Цифрами в математиці називаються:

а) числа;

б) показники росту;

в) одноцифрові числа;

г) знаки, з допомогою яких записується будь-яке ціле невід'ємне число.

4. Числа, назва яких збігається з назвою цифри, називають:

а) алгоритмічними;

в) вузловими;

б) аксіоматичними;

г) похідними.

5. Система числення, у якій числове значення цифри не залежить від місця її в запису числа, називається:

а) позиційною;

в) алгоритмічною;

б) аксіоматичною; г) непозиційною.

6. Система числення, у якій числове значення цифри залежить від місця її в запису числа, називається:

а) позиційною; в) алгоритмічною;

б) аксіоматичною; г) непозиційною.

7. Десятковим записом числа a у десятковій системі числення називається представлення його у вигляді:

а) $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$;

б) $a_n \cdot \varphi^n + a_{n-1} \cdot \varphi^{n-1} + \dots + a_1 \cdot \varphi + a_0$;

в) $a_n \cdot g^n + a_{n-1} \cdot g^{n-1} + \dots + a_1 \cdot g + a_0$;

г) $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_1 + a_0$.

8. Скорочений запис числа у десятковій системі числення має вигляд:

а) $\overline{a_0 a_1 \dots a_{n-1} a_n}$;

в) $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$;

б) $a_n a_{n-1} \dots a_1 + a_0$;

г) $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$.

9. У записі числа $a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$, $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ називають:

а) цифрами десяткової системи числення;

б) цифрами системи числення з основою g ;

в) розрядними доданками;

г) розрядними одиницями.

10. Для того, щоб прочитати багатоцифрове число, записане в десятковій системі числення, його ділять на:

а) класи;

в) одиниці, десятки, сотні;

б) розряди;

г) класи і розряди.

11. Назви класів у числі:

а) одиниці, десятки, сотні...;

б) одиниці, тисячі, мільйони, мільярди...;

в) одиниці, десятки, сотні, тисячі, мільйони...;

г) десятки, сотні, мільйони, мільярди....

12. Одна одиниця вищого розряду:

а) дорівнює числу, що складається з одиниць наступних нижчих розрядів;

- б) більша за число, що складається з одиниць наступних нижчих розрядів;
- в) менша за число, що складається з одиниць наступних нижчих розрядів;
- г) дорівнює сумі розрядних доданків числа a .

13. З двох чисел більшим буде те, у десятковому записі якого:

- а) раніше зустрічається більша цифра;
- б) раніше зустрічається більша кількість одиниць деякого розряду;
- в) раніше зустрічається більша кількість одиниць відповідного розряду;
- г) більші цифри.

14. Запис числа $a = a_n \cdot g^n + a_{n-1} \cdot g^{n-1} + \dots + a_1 \cdot g + a_0$ називається:

- а) записом числа в позиційній системі числення з основою g ;
- б) записом числа в десятковій системі числення;
- в) розрядними доданками;
- г) розрядними одиницями.

15. Цифр у позиційній системі числення з основою $g \geq 2$:

- а) нескінченна кількість;
- б) менше 10;
- в) рівно 10;
- г) дорівнює числу g .

16. Числове значення цифри в записі числа в позиційній системі числення з основою g , при зміні положення цифри на одну одиницю вліво (вправо):

- а) збільшується (зменшується) в 10 разів;
- б) зменшується (збільшується) в 10 разів;
- в) збільшується (зменшується) в g разів;
- г) зменшується (збільшується) в g разів.

17. Значення яких виразів знайдено неправильно?

$$\begin{array}{r} 2) \quad \underline{1202}_6 \quad 5 \overline{)134}_6 \\ \underline{5} \\ 30 \\ \underline{23} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

$$2) 24_6 = 41_5.$$
$$\begin{array}{r} 2) \quad \underline{2004}_8 \\ \underline{465}_8 \\ 1317_8 \end{array}$$

2) існує частка чисел в на a .

г) якщо хоча б один із доданків ділиться на задане число, то й сума поділиться на задане число.

б) якщо обидва множники діляться на задане число, то й добуток поділиться на це число;

в) якщо число ділиться на добуток кількох чисел, то воно ділиться на кожний множник;

г) якщо число ділиться на кожне з двох чисел, то воно поділиться на їх добуток.

23. Які твердження правильні?

а) будь-яке ціле невід'ємне число ділиться на 0;

б) нуль ділиться на будь-яке ціле невід'ємне число;

в) будь-яке ціле невід'ємне число ділиться на одиницю;

г) одиниця ділиться на будь-яке ціле невід'ємне число.

24. Відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел:

а) рефлексивне;

в) антисиметричне;

б) симетричне;

г) транзитивне.

25. Відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел є:

а) відношенням нестрогого лінійного порядку;

б) відношенням еквівалентності;

в) відношенням нестрогого часткового порядку;

г) відношенням строгого часткового порядку.

26. Для того, щоб натуральне число $a = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$, записане в позиційній системі числення ділилося на число v , необхідно і достатньо, щоб на число v ділилася сума:

а) $r = a_0 + a_1 \cdot g + a_2 \cdot g^2 + \dots + a_n \cdot g^n$;

б) $r = a_0 + a_1 \cdot r_1 + a_2 \cdot r_2 + \dots + a_n \cdot r_n$;

в) $r = a^0 + a^1 \cdot r_1 + a^2 \cdot r_2 + \dots + a^n \cdot r_n$;

г) $r = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$.

27. Вказати правильні твердження:

а) для того, щоб число ділилося на два необхідно і достатньо, щоб воно було парним;

б) для того, щоб число ділилося на два необхідно і достатньо, щоб $a_0 : 2$;

в) для того, щоб число ділилося на три необхідно і достатньо, щоб $a_0 : 3$;

г) для того, щоб число ділилося на три необхідно і достатньо, щоб $(a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0) : 3$.

28. Вказати правильні твердження:

- а) для того, щоб число ділилось на 3 необхідно, щоб сума цифр запису числа ділилася на 3;
- б) для того, щоб число ділилось на 9 необхідно, щоб сума цифр запису числа ділилася на 9;
- в) для того, щоб число ділилось на 9 необхідно, щоб число $(a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$ ділилося на 9;
- г) для того, щоб число ділилось на 3 необхідно, щоб воно було непарним.

29. Вказати правильні твердження:

- а) для того, щоб число ділилось на 5 необхідно і достатньо, щоб остання його цифра була 0 або 5;
- б) для того, щоб число ділилось на 5 необхідно і достатньо, щоб $a_0 : 5$;
- в) для того, щоб число ділилось на 4 необхідно і достатньо, щоб $a_0 + 2a_1$ ділилось на 4;
- г) для того, щоб число ділилось на 4 необхідно і достатньо, щоб число було парним.

30. Вказати правильні твердження:

- а) для того, щоб число ділилось на 11 необхідно, щоб число $(a_0 + a_2 + a_4 + \dots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots)$ ділилося на 11;
- б) для того, щоб число ділилось на 11 необхідно, щоб число $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$ ділилося на 11;
- в) для того, щоб число ділилось на 25 необхідно, щоб число $(a_0 + a_2 + a_4 + \dots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots)$ ділилося на 25;
- г) для того, щоб число ділилось на 25 необхідно, щоб число $\overline{a_1 a_0}$ ділилося на 25.

31. Спільним кратним натуральних чисел a_1, a_2, \dots, a_n називається:

- а) натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел;
- б) натуральне число, на яке ділиться кожне з даних чисел;
- в) число, яке ділиться на деяке з цих чисел;
- г) число, на яке ділиться одне із цих чисел.

32. Найменшим спільним кратним натуральних чисел a_1, a_2, \dots, a_n називається:

- а) число, на яке ділиться кожне з даних чисел;
- б) число, яке ділиться на кожне з даних чисел;
- в) найменше натуральне число, яке ділиться на одне з чисел a_1, a_2, \dots, a_n ;
- г) найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з цих чисел.

33. Які твердження істинні:

- а) кожне спільне кратне заданих натуральних чисел є дільником їх найменшого спільного кратного;
- б) кожний спільний дільник заданих натуральних чисел є дільником їх найбільшого спільного дільника;
- в) кожне спільне кратне кількох натуральних чисел ділиться на їх найменше спільне кратне;
- г) кожний спільний дільник заданих натуральних чисел ділиться на їх найбільший спільний дільник.

34. Якщо число a ділиться на число b , то:

- а) $НСК(a, b) = a$;
- б) $НСК(a, b) = a \cdot b$;
- в) $НСК(a, b) = b$;
- г) $НСД(a, b) = a \cdot b$.

35. Якщо число a ділиться на число b , то:

- а) $НСД(a; b) = b$;
- б) $НСД(a, b) = a \cdot b$;
- в) $НСД(a, b) = a$;
- г) $НСД(a; b) = \frac{a}{b}$.

36. Спільним дільником натуральних чисел a_1, a_2, \dots, a_n називається:

- а) натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел;
- б) натуральне число, на яке ділиться кожне з даних чисел;
- в) число, яке ділиться на деяке з цих чисел;
- г) число, на яке ділиться одне із цих чисел.

37. Найбільшим спільним дільником натуральних чисел a_1, a_2, \dots, a_n називається:

- а) число, на яке ділиться кожне з даних чисел;
- б) число, яке ділиться на кожне з даних чисел;
- в) найбільше число, на яке ділиться кожне з даних чисел;
- г) найбільше число, на яке ділиться одне з цих чисел.

38. Які рівності правильні?

а) НСД $(48; 72) = 12$;

б) НСД $(48; 24) = 24$;

в) НСД $(48; 24) = 48$;

г) НСД $(36; 25) = 1$.

39. Які рівності правильні?

а) НСК $(48; 72) = 24$;

б) НСК $(48; 24) = 24$;

в) НСК $(48; 24) = 48$;

г) НСК $(3; 8) = 24$.

40. Числа a_1, a_2, \dots, a_n називаються взаємно простими, якщо:

а) НСК $(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$;

б) НСД $(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$;

в) найбільший спільний дільник будь-яких двох з цих чисел дорівнює 1;

г) НСК $(a_1, a_2, \dots, a_n) = a_1$.

41. Числа a_1, a_2, \dots, a_n називаються попарно взаємно простими, якщо:

а) НСК $(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$;

б) НСД $(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$;

в) найбільший спільний дільник будь-яких двох з цих чисел дорівнює 1;

г) НСК $(a_1, a_2, \dots, a_n) = a_1$.

42. Для того, щоб число ділилося на добуток двох взаємно простих чисел, необхідно і достатньо, щоб:

а) воно ділилося на кожен із множників;

б) воно ділилося на один із множників;

в) один із множників був взаємно простим з цим числом;

г) щоб один із множників дорівнював нулю.

43. Для того, щоб число ділилось на 12, необхідно і достатньо, щоб:

а) сума цифр запису числа ділилася на 4 і число закінчувалося парною цифрою;

б) сума цифр запису числа ділилася на 3 і остання цифра була парною;

в) щоб число ділилося на 6 і на 2;

г) щоб подвоєне числове значення передостанньої цифри в сумі з останньою ділилось на 4 і сума числових значень цифр запису числа ділилася на 3.

44. Для того, щоб число ділилося на 45, необхідно і достатньо, щоб:

- а) сума числових значень цифр ділилася на 5 і 9;
- б) щоб сума числових значень цифр ділилася на 9 і остання цифра була 0 або 5;
- в) щоб число ділилося на 3 і на 15;
- г) щоб число ділилося на 5 і на 9.

45. Які твердження істинні?

а) $НСК(a, v) = \frac{a \cdot v}{НСД(a; v)}$; в) $НСД(ac; vc) = c \cdot НСД(a; v)$;

б) $НСК(a, v) = a \cdot v$; г) $НСК(ac; vc) = c \cdot НСК(a; v)$?

46. Які твердження істинні?

а) для того, щоб спільний дільник d натуральних чисел a і v був найбільшим спільним дільником, необхідно і достатньо, щоб $НСД(\frac{a}{d}; \frac{v}{d}) = 1$;

б) для того, щоб найменше спільне кратне двох чисел дорівнювало їх добутку, необхідно і достатньо, щоб ці числа були взаємно простими;

в) для того, щоб спільний дільник d натуральних чисел a і v був найбільшим спільним дільником, необхідно і достатньо, щоб $d = \frac{a}{v}$;

г) якщо добуток двох натуральних чисел ділиться на третє число, яке взаємно просте з одним із множників, то другий множник ділиться на це число.

47. Якщо натуральне число ділиться на кожне з двох взаємно простих чисел, то:

- а) воно ділиться на їх частку;
- б) воно ділиться на їх добуток;
- в) воно просте;
- г) то воно взаємно просте з одним із множників.

48. Простими називаються числа:

- а) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- б) менші за 10;
- в) які діляться на себе і одиницю;

г) які мають дільником тільки одиницю і саме себе.

49. Складеними називаються числа:

а) більші за 10;

б) 2, 4, 6, 8, 10;

в) які складаються з одиниць, десятків, сотень, ...;

г) які мають не менше три дільники.

50. Вказати неправильне твердження:

а) для довільних натурального числа a і простого числа p має місце одне з відношень: або a ділиться на p , або вони взаємно прості;

б) добуток кількох натуральних множників ділиться на просте число тоді і тільки тоді, коли хоч один із множників ділиться на просте число;

в) добуток кількох натуральних множників ділиться на просте число тоді і тільки тоді, коли всі множники діляться на просте число;

г) кожне натуральне число, більше одиниці, має принаймні один простий дільник.

51. Щоб число ділилося на 25 необхідно і достатньо, щоб на 25 ділилося число:

а) $\overline{a_1 a_0}$; в) $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$;

б) $a_1 \cdot a_0$; г) $(a_0 + a_2 + a_4 + \dots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots)$.

52. Щоб число ділилося на 11 необхідно і достатньо, щоб на 11 ділилося число:

а) $\overline{a_1 a_0}$; в) $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$;

б) $a_1 \cdot a_0$; г) $(a_0 + a_2 + a_4 + \dots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots)$.

53. Для довільних натуральних чисел a , b , q і c , таких що $a = b \cdot q + c$, множина спільних дільників для a і b дорівнює множині спільних дільників для:

а) b і c ;

в) q і c ;

б) a і c ;

г) a і q .

54. Якщо натуральне число a має канонічний розклад $a = p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot \dots \cdot p_n^{j_n}$, то натуральне число b є його дільником тоді і тільки тоді, коли:

- а) число b дорівнює одному з множників;
- б) число b має канонічний розклад $b = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\beta_n}$ і $\beta_1 \leq j_1, \beta_2 \leq j_2, \dots, \beta_n \leq j_n$;
- в) число b має канонічний розклад $b = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\beta_n}$ і $\beta_1 = j_1, \beta_2 = j_2, \dots, \beta_n = j_n$;
- г) число b має канонічний розклад $b = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\beta_n}$ і $0 \leq \beta_1 \leq j_1, 0 \leq \beta_2 \leq j_2, \dots, 0 \leq \beta_n \leq j_n$.

55. Вказати неправильне твердження:

- а) натуральне число ділиться на просте число тоді і тільки тоді, коли дане просте число входить до його канонічного розкладу;
- б) якщо натуральне число ділиться на два інших натуральних числа, то воно ділиться на їх добуток;
- в) два натуральних числа взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх канонічні розклади не мають спільних простих дільників;
- г) якщо кожне з двох даних натуральних чисел взаємно просте з третім натуральним числом, то і їх добуток взаємно простий з даним числом.

56. Канонічний розклад найбільшого спільного дільника кількох натуральних чисел містить ті ж самі прості множники, що й канонічні розклади даних чисел взятих:

- а) з найбільшим показником;
- б) з найменшим показником;
- в) з натуральним степенем, що не перевищує числа 10;
- г) по одному кожного.

57. Канонічний розклад найменшого спільного кратного кількох натуральних чисел містить ті ж самі прості множники, що й канонічні розклади даних чисел. взятих:

- а) з найбільшим показником;
- б) з найменшим показником;

- в) з натуральним степенем, що не перевищує числа 10;
- г) по одному кожного.

58. Вказати правильне твердження:

- а) найменший, відмінний від одиниці, дільник натурального числа є числом простим;
- б) множина простих чисел скінченна;
- в) множина простих чисел нескінченна;
- г) якщо натуральне число a не ділиться на жодне з простих чисел, квадрати яких не перевищують a , то число a просте.

59. Вказати правильні твердження:

- а) найменший простий дільник натурального числа не перевищує кореня квадратного з даного числа;
- б) кожне натуральне число, більше одиниці, має тільки один простий дільник;
- в) кожне натуральне число, більше одиниці, є або простим, або розкладається у добуток простих множників, причому цей розклад єдиний з точністю до порядку слідування множників;
- г) найменший простий дільник складеного числа не перевищує числа 10.

60. Канонічним розкладом натурального числа називається:

- а) зображення його у вигляді добутку простих множників;
- б) зображення його у вигляді добутку натуральних чисел, у якому однакові множники записані у вигляді степенів і самі множники у порядку зростання;
- в) зображення його у вигляді добутку простих множників, де рівні прості множники записані у вигляді натурального степеня, а самі прості множники у порядку зростання;
- г) представлення його у вигляді добутку натуральних чисел, менших за число 10.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VI

(Розширення поняття числа)

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Тема 1. Властивості множини додатних раціональних чисел. Арифметичні операції над додатними раціональними числами

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання.

II. Теоретичні питання

1. Існування сумірних відрізків. Вимірювання довжини відрізка сумірного з одиничним відрізком.

2. Означення звичайного дробу, його елементи. Рівність дробів. Властивості відношення «рівності» дробів.

3. Означення відношення «менше» на множині дробів і його властивості. Означення відношення менше на множині дробів з рівними знаменниками (чисельниками).

4. У чому полягає задача скорочення дробу? Чи однозначно розв'язується ця задача?

5. У чому полягає задача зведення дробів до спільного знаменника? Чи однозначно розв'язується ця задача?

6. Означення додатного раціонального числа. Зображення додатного числа. Включення множини натуральних чисел у множину додатних раціональних

7. Поділ додатних раціональних чисел на множини цілих додатних раціональних чисел і дробових додатних раціональних чисел.

8. Означення суми двох додатних раціональних чисел. Що потрібно довести, щоб показати, що сума існує і єдина? Означення суми двох дробів.

9. Операція додавання додатних раціональних чисел. Закони операції додавання.

10. Відношення «більше» на множині додатних

раціональних чисел. Його властивості і відношення пов'язані з ним.

11. Різниця двох додатних раціональних чисел. Умова існування різниці і її єдиність.

12. Означення добутку двох додатних раціональних чисел, його існування і єдиність.

13. Операція множення додатних раціональних чисел. Закони операції множення.

14. Частка двох додатних раціональних чисел, її існування і єдиність. Операція ділення додатних раціональних чисел.

15. Означення числа оберненого даному та наслідки з нього.

III. Практичні завдання

1. Покажіть, як у процесі вимірювання довжини відрізка можуть бути одержані дроби $\frac{3}{4}, \frac{9}{8}, \frac{13}{5}$.

2. Назвіть кілька дробів, які дорівнюють:

1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{15}{8}$.

3. Відомо, що для довільного натурального числа r має місце рівність: $\frac{m}{n} = \frac{mr}{nr}$. Чи можна по аналогії твердити, що: $\frac{m}{n} = \frac{m+r}{n+r}$.

4. № 3 [4, с.399]. У коробці лежить 30 олівців. Якщо взяти 5 олівців, то яким дробом можна записати взяті частину олівців? Чи єдиний такий дріб? Якщо не єдиний, то серед множини таких дробів вказати нескоротний.

5. № 4 [4, с.399]. З 28 учнів класу контрольну роботу з математики на "5" виконали 4 учні, на "4" – 20 учнів, на "2" – 0 учнів. Яку частину всіх учнів класу складають ті учні, що написали контрольну роботу на "5"? на "4" або "5"? на "3"?

6. Серед даних дробів вибрати рівні і записати це за

допомогою знака рівності: $\frac{12}{72}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{31}{186}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{14}{42}$; $\frac{6}{36}$.

Побудувати граф відношення рівності між даними дробами.

7. Звести дані дроби до найменшого спільного знаменника:

1) $\frac{5}{18}$ і $\frac{7}{24}$; 2) $\frac{5}{18}$ і $\frac{1}{36}$; 3) $\frac{2}{45}$ і $\frac{7}{60}$.

8. № 5 [4, с.400]. Скільки восьмих у $\frac{1}{4}$? двадцятих в $\frac{1}{4}$?

9. № 8 [4, с.400]. Купили $\frac{3}{8}$ кг цукерок і $\frac{9}{20}$ кг печива. Чого купили більше?

10. № 13 [4, с.400]. Чи може бути відрізок розбитий на два відрізки, мірами яких є дроби 1) $\frac{3}{7}$ і $\frac{4}{5}$, 2) $\frac{3}{7}$ і $\frac{4}{7}$, 3) $\frac{3}{7}$ і $\frac{4}{9}$ при одному і тому ж одиничному відрізку?

11. № 19 [4, с.401]. Друкарка за перший день передрукувала $\frac{7}{16}$ рукопису, а за другий день – $\frac{1}{2}$. Чи виконала друкарка роботу з друкування рукопису?

12. Дріб $\frac{a}{b}$ – нескоротний. Чи буде скоротним дріб $\frac{a}{b+ab}$?

13. № 23 [4, с.401]. Хлопчик відпив $\frac{1}{6}$ чашки кави і долив молока, відпив $\frac{1}{3}$ чашки і знову долив молока, відпив $\frac{1}{2}$ і долив молока, і нарешті випив усю каву з молоком. Чого хлопчик випив більше – кави чи молока?

14. Користуючись залежністю між компонентами і результатами операцій, розв'язати рівняння:

$$66\frac{3}{5} : (5 + 3\frac{1}{5} : (1\frac{3}{5} - \frac{4}{15}x)) - 7\frac{3}{20} = \frac{1}{4}.$$

IV. Завдання для самостійного опрацювання

Теоретичні питання. Десяткові дроби.

Практичні завдання:

1) № 17 [4, с.401]. Які з даних тверджень істинні:

1. Дріб $\frac{3}{8}$ є нескоротним записом (зображенням) додатного раціонального числа?

2. $\frac{3}{8}$ – дріб?

3. $\frac{3}{8}$ – додатне раціональне число?

2) № 7 [4, с.400]. Скоротити дробі:

$$\frac{555}{888}, \frac{999}{1212}, \frac{17 \cdot 8 - 12 \cdot 8}{80}, \frac{45 + 5}{45 \cdot 5}, \frac{17 \cdot 8 - 12 \cdot 8}{15 \cdot 16}.$$

3) № 12 [4, с.400]. Серед дробів із знаменником 20 вказати:

а) найменший і найбільший правильні дробі;

б) найменший і найбільший неправильні дробі.

4) № 14 [4, с.400]. Чи може сума двох правильних дробів бути:

а) правильним дробом?

б) неправильним дробом?

5) № 15 [4, с.400]. Які потрібно додати дробі, щоб отримати $\frac{1}{5} ? \frac{3}{5} ? \frac{4}{9} ? 1 ?$

6) № 16 [4, с.401]. Чи можна довільний дріб представити як суму, різницю, добуток і частку двох дробів?

7) № 18 [4, с.401]. Під час сніданку було спожито $\frac{3}{8}$ торта, а під час обіду $-\frac{5}{8}$. Чи весь торт спожито?

8) № 20 [4, с.401]. Один робітник може виконати роботу за 4 дні, а другий – за 6 днів. За скільки днів робітники виконають роботу, працюючи разом?

9) № 22 [4, с.401]. Чи може добуток числа 4 і правильного дробу бути меншим 1? Більшим 1?

10) № 24 (2)[4, с.402]. Розв'язати рівняння на основі залежності між компонентами і результатами операцій:

$$1\frac{3}{5} + (2\frac{7}{12} - ((\frac{3}{4} - x) + 1)) = 2\frac{14}{15}$$

Тема 2. Десяткові дроби. Відсотки

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Означення десяткового дробу.
2. Властивості десяткових дробів.
3. Алгоритми додавання і віднімання десяткових дробів.
4. Алгоритми множення і ділення десяткових дробів.
5. Критерій перетворення звичайного дробу у десятковий та способи перетворення.
6. Критерій перетворення звичайного нескоротного дробу у нескінченний періодичний десятковий дріб?
7. Перетворення чистого періодичного десяткового дробу у звичайний.
8. Перетворення мішаного періодичного десяткового дробу у звичайний.

III. Практичні завдання

1. Записати у вигляді десяткових дробів:

$$\frac{378}{100}, \frac{359}{10000}, \frac{79}{100000}, \frac{17859}{1000}.$$

2. Встановити, в які десяткові дроби перетворюються дані звичайні дроби, і перетворити їх у десятковий дріб:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{17}{2}; & 2) \frac{111}{80}; & 3) 1\frac{18}{37}; & 4) \frac{5}{12}; \\ 5) \frac{7}{24}; & 6) \frac{3}{24}; & 7) 13\frac{9}{40}; & 8) 11\frac{13}{88}. \end{array}$$

(Бесіда про структуру періоду)

3. Перетворити нескінченні періодичні десяткові дроби у звичайні.

1) 0,(81), 2) 3,(513), 3) 0,7(112), 4) 12,88(13).

4. На основі залежності між компонентами і результатами операцій розв'язати рівняння:

$$1) 7,25 - \frac{(5\frac{10}{29} - 0,6(19) \times x) \times \frac{29}{50}}{0,08} : 1,2 + 0,08(3) = 0,41(6);$$

$$2) 2,91(6) - (\frac{2}{3}x + 0,8) : 0,8(6) = 1\frac{35}{156}.$$

5. № 36 [4, с.404]. Картопля містить 20 % крохмалю. Скільки крохмалю одержиться із 12 кг картоплі? Скільки картоплі потрібно для одержання 12 кг крохмалю?

6. № 37 [4, с.404]. 1) Скільки відсотків становить другий доданок від першого, якщо перший доданок становить 60 % їх суми? 2) Скільки відсотків від від'ємника становить різниця, якщо від'ємник становить $\frac{1}{2}$ зменшуваного?

7. № 39 [4, с.404]. Є цукор у двох мішках, причому у першому 60 кг. З першого мішка продали $\frac{1}{3}$ частину цукру, а з другого мішка 75 % цукру, після цього у першому мішку залишилося у два рази більше, ніж у другому. Скільки кілограмів цукру було спочатку у другому мішку?

IV. Завдання для самостійного опрацювання

1. Теоретичні питання. Види задач на дроби та відсотки та способи їх розв'язування.

2. Практичні завдання.

1) № 31 [4, с.403]. За літо один ховрашок знищує близько 0,12 ц хліба. Учні навесні знищили 1250 ховрашків. Скільки хліба зберегли учні для господарства?

2) № 32 [4, с.403]. Маса соснової колоди 27,8 кг, а дубової – 45,5 кг. Маса 10 колод – 384,2 кг. Скільки серед колод соснових і скільки дубових?

3) № 34 [4, с.404]. Перетворити у десяткові дроби звичайні дроби:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{9}{99}, \frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{20}, 2\frac{1}{2}.$$

4) № 35 [4, с.404]. Обчислити:

$$\left(\left(0, (06) + \frac{1}{3} \right) : 0,25 \right) : (0,12(3) : 0,0925) + 12,5 \cdot 0,64.$$

5) № 40 [4, с.404]. Число 200 збільшилося на 20 %, а потім отриманий результат зменшили на 20 %. Чи одержиться число 200?

6) № 41 [4, с.404]. Кавовий напій складається із 20 % кави, 30 % цикорію, 35 % – ячменю і решта – сої. На виготовлення напою використали на 3,5 кг більше ячменю, ніж цикорію. Скільки використали кави для виготовлення напою?

7). № 42 [8, с. 160]. Які з дробів $\frac{7}{8}, \frac{19}{40}, \frac{5}{48}, \frac{29}{21}$ можна записати у вигляді скінченного десяткового дробу?

8) № 43 [8, с. 160]. Перетворіть числа, дані в задачі № 42 у нескінченні десяткові дробу. Які з них будуть періодичними?

9) № 44 [8, с. 160]. Перетворіть задані числа у нескоротний звичайний дріб: 0,003; 10,0018; 0,(23); 2, 14(3); 6,041(27).

10) № 45 [8, с. 160]. Встановіть чи істинні рівності:

а) $\frac{68}{33} = 2,(6);$

б) $\frac{56}{11} = 5,(09);$

в) $\frac{179}{300} = 0,(596).$

11) № 57 [8, с. 162]. Розв'яжіть рівняння, використовуючи залежність між компонентами та результатами дій:

$$3\frac{4}{15} : ((2\frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2}) : 21\frac{3}{7}) - 1\frac{1}{8} = 5\frac{7}{8}.$$

Тема 3. Основні задачі на дроби і відсотки

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання до задач на дроби

У нас поняття дробу виникло в процесі вимірювання сумірного відрізка з одиничним. Якщо ε – одиничний відрізок і a – відрізок сумірний з ним, то дріб $\frac{m}{n}$ показує, що $\frac{1}{n}$ –та частина одиничного відрізка вміщується у відрізок a разів, тобто: $a = \frac{m}{n}\varepsilon$.

Взагалі дріб $\frac{m}{n}$ показує, що деяка величина (число, об'єкт) поділено на n рівних частин і взято таких m частин. На цьому понятті базуються такі задачі (три типи задач на дроби):

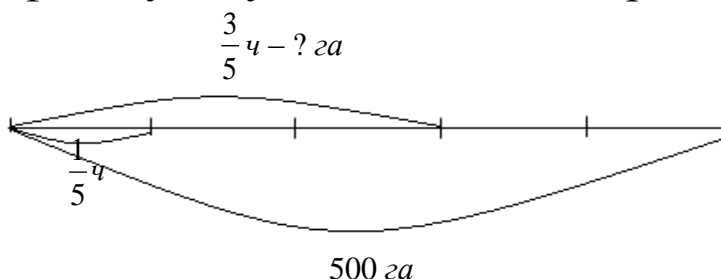
- 1) знаходження дробу від числа;
- 2) знаходження числа за його дробом;
- 3) знаходження дробового відношення 2-х чисел.

Розглянемо приклади таких задач і алгоритми їх розв'язування.

Простіші види таких задач розв'язуються у 2 класі для дробів виду $\frac{1}{n}$, а в 4-му – $\frac{m}{n}$.

1. Знаходження дробу від числа.

Колгосп засіяв 500 га землі зерновими культурами. Восени він засіяв $\frac{3}{5}$ усієї площі, а решту – весною. Скільки гектарів землі колгосп засіяв зерновими культурами восени? Графічно умову задачі можна зобразити наступним чином:



Знайдемо спочатку скільки гектарів припадає на $\frac{1}{5}$ частину землі, відведеної під зернові культури:

$$500 : 5 = 100 \text{ (га)}.$$

Тоді на $\frac{3}{5}$ ч припадає у 3 рази більше: $100 \cdot 3 = 300 \text{ (га)}$

Розв'язання задачі можна подати так

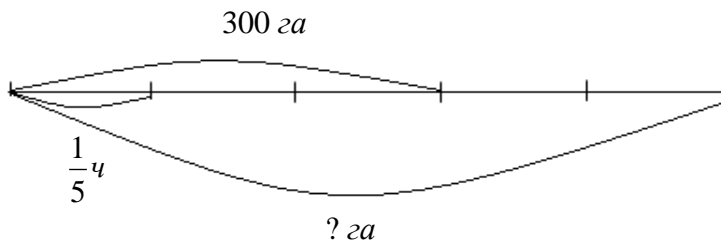
$$500 \cdot \frac{3}{5} = \frac{500 \cdot 3}{5} = 300 \text{ (га)}$$

Отже, щоб знайти дріб (частину) від числа, треба це число помножити на дріб.

2. Знаходження числа за його дробом.

Колгосп засіяв восени 300 га землі зерновими культурами, а решту площі, відведеної під зернові культури, засіяв весною. Площа, засіяна восени становить $\frac{3}{5}$ всієї площі, що відведена під зернові. Яка площа відведена під зернові?

Тепер графічно умову задачі можна подати так:



Так як уся земля, відведена під зернові культури, умовно поділена на 5 рівних частин і на 3 таких частини припадає 300 га, то на 1 частину у 3 рази менше, тобто $300 : 3 = 100 \text{ (га)}$, а на 5 частин у 5 разів більше: $100 \cdot 5 = 500 \text{ (га)}$.

Розв'язання задачі можна подати у такому вигляді $300 : \frac{3}{5} = 300 \cdot \frac{5}{3} = \frac{300 \cdot 5}{3} = 500 \text{ (га)}$

Отже, щоб знайти число за його дробом (частиною), треба цю частину числа поділити на дріб, на який вона припадає.

3. Знаходження дробових відношень чисел.

Колгосп засіяв 500 га землі зерновими культурами, з них 300 га – восени, а решту – весною. Яку частину всієї землі під зерновими культурами становить площа, засіяна восени?

У цьому випадку доцільно міркувати так: якщо вся площа становить 500 га, то 1 га становить $\frac{1}{500}$ частину цієї площі, а 300 га у 300 разів більше, тобто: $\frac{1}{500} \cdot 300 = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$ (ч).

Або ж розв'язання цієї задачі можна звести до правила: щоб знайти, яку частину одне число становить від другого, треба число, про яке запитується в задачі, поділити на інше число, що дано в умові.

III. Практичні завдання

1. Три групи школярів зібрали кілька кілограмів шипшини. Перша група зібрала $\frac{3}{10}$ загальної кількості, друга – на 4 кг більше ніж третя, причому ця різниця становить $\frac{2}{25}$ усієї кількості зібраної шипшини. Скільки шипшини зібрала кожна група школярів?

2. № 762 [7, с. 128]. Три трактори зорали 116 га землі. Скільки гектарів землі зорав кожний трактор, якщо відомо, що $\frac{3}{4}$ площі землі, зораної одним трактором, дорівнює $\frac{1}{2}$ площі землі, зораної другим трактором, і $\frac{2}{3}$ площі землі, зораної третім трактором?

3. У швейну майстерню привезли першого разу $\frac{4}{9}$ кількості сатину, наміченого за планом, другого разу – $\frac{1}{5}$ частину, що залишився, а третього разу – решту 112 м

сатину. Із усього одержаного сатину майстерня пошила 30 платів і 44 сорочки. На кожне плаття пішло сатину на 1 м більше, ніж на кожну сорочку. Скільки сатину пішло окремо на одне плаття і одну сорочку?

IV. Теоретичні питання до задач на відсотки

1. Означення відсотка.
 2. Основні задачі на відсотки:
 - а) знаходження декількох відсотків від числа;
 - б) знаходження числа за його відсотком;
 - в) знаходження відсоткового відношення двох чисел
- [1; с. 347]

V. Практичні завдання

1. У книжці 400 сторінок, 15% з них студент прочитав. Скільки сторінок прочитав студент?
2. Студент прочитав 60 сторінок, що становить 15 % усієї книжки. Скільки сторінок у книжці?
3. У книжці 400 сторінок, з них 60 студент прочитав. Скільки відсотків становлять сторінки, які прочитав студент від усіх сторінок книжки?
4. Свіжі гриби містять 90 % води, а сушені – 10 %. Скільки сушених грибів матимемо із 45 кг свіжих?
5. Початкова ціна товару зменшувалась в два рази: першого разу на 25 %, другого – на 20 %. На скільки відсотків знизилась початкова ціна товару? Чи залежить ця величина від порядку, в якому проводиться зниження?
6. За планом фермер повинен був засіяти 1680 га землі, але він засіяв на 280 га більше. Другий фермер засіяв на 360 га більше при плані 1440 га. На скільки відсотків більше перевиконав план другий фермер, ніж перший?
7. Згідно з планом завод повинен був підвищити протягом року продуктивність праці на 7,4%, а фактичне підвищення продуктивності праці становило 11,1 %. На скільки відсотків завод перевиконав планове завдання?

8. № 1177 [7, с. 196]. Завод дістав замовлення на виготовлення 2590 сівалок за 24 дні. Перші дні завод випускав по 125 сівалок за день, а потім почав випускати щодня на 12 % більше і закінчив замовлення на 4 дні раніше строку. Скільки днів завод випускав по 125 сівалок за день?

VI. Завдання для самостійного опрацювання

1. Теоретичні питання. Дійсні числа та виконання арифметичних операцій над ними.

2. Практичні завдання.

1. №746 [7, с.124]. Першого дня вантажна машина проїхала $\frac{17}{30}$ всього шляху, другого дня $\frac{3}{20}$ того, що залишилося, а решту частину шляху машина проїхала за третій і четвертий дні, причому $\frac{1}{7}$ шляху, пройденого машиною за третій день, становила $\frac{1}{10}$ шляху, пройденого нею за четвертий день. Скільки кілометрів проїхала машина за кожний із чотирьох днів, якщо за перший день вона проїхала на 162 км більше, ніж за третій день?

2. №759 [7, с.127]. Робітник спочатку витратив $\frac{5}{8}$ своїх грошей, потім $\frac{2}{3}$ остачі. Після цього у нього залишилось на 85 грн менше, ніж витрачено за обидва рази. На $\frac{1}{8}$ залишених грошей робітник купив літературу. Скільки він заплатив за літературу?

3. №761 [7, с.128]. Троє учнів ремісничого училища мають 22,5 грн, причому $\frac{1}{2}$ суми грошей першого становить $\frac{2}{5}$ суми грошей другого або $\frac{1}{3}$ суми грошей третього. Скільки грошей має кожен учень? (Розв'язати задачу трьома способами, приймаючи послідовно суму грошей першого, другого і третього учня за одиницю).

4. №1131 [7, с.189]. Кукурудза в середньому дає з 1 га посіву 665 ц зеленої маси, а соняшник – 97 % цієї кількості зеленої маси. Скільки зеленої маси дає соняшник з 1 га?

5. №1151 [7, с.193]. Знайти число, якщо:

25 % його становлять 16; $33\frac{1}{3}$ % його становлять 120;

5 % його становлять 30; 42 % його становлять 7;

$12\frac{1}{2}$ % його становлять 48; 300 % його становлять 336.

6. №1156 [7, с.193]. Скільки потрібно взяти молока, щоб отримати 504 кг масла, якщо відомо, що маса вершків становить 21 % маси молока, а маса масла становить 24 % маси вершків?

7. №1174 [7, с.196]. Вихід рисової каші становить 33 кг 600 г. Скільки було затрачено рису, якщо дохід становить 180 %?

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 6

Завдання 1. Обчислити значення виразу:

$$1. \frac{(1\frac{1}{5} : (\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005)) \cdot 1,7}{0,8(3) + 1, (3) - 1\frac{23}{30}} + \frac{4,75 + 7\frac{1}{2} : 0,25}{33 : 4\frac{5}{7}}$$

$$2. \frac{(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75) \cdot 0, (6)}{3, (3) \cdot 0,3 + 0, (2) + \frac{4}{9} : 2\frac{2}{3}} + \frac{1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,95(9)}{0,2 - \frac{3}{40} \cdot 1,6}$$

$$3. \frac{(1,87(9) + 2\frac{3}{25}) \cdot \frac{3}{11}}{0,625 - \frac{13}{18} : 2, (8)} + \frac{(0,216 : 0,15 + 0,56) : 0,5}{(7,7 : 24\frac{3}{4} + 0,1(3)) \cdot 4,5}$$

$$4. \frac{0,5 + \frac{1}{4} + 0,1(6) + 0,125}{0, (3) + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25}$$

$$5. (26,(6):6,4) \cdot (19,2:3\frac{5}{9}) - \frac{8\frac{4}{7} \cdot 2\frac{26}{77}}{0,5:18\frac{2}{3} \cdot 112} : 0,0(5).$$

$$6. \frac{0,725 + 0,6 + \frac{7}{40} + 0,42(6) + 0,12(3)}{0,128 \cdot 6\frac{1}{4} + (0,345 : \frac{3}{25})} \cdot 0,5.$$

$$7. \frac{(0,3275 - (2,170(45) + \frac{4}{33}) : 12\frac{2}{9}) : 0,07}{(13 - 0,416) : 6,05 + 1,92}.$$

$$8. \frac{0,8(3) - 0,4(6)}{1\frac{5}{6}} \cdot \frac{1,125 + 1\frac{3}{4} - 0,41(6)}{0,59}.$$

$$9. \frac{((7 - 6,35) : 6,5 + 9,8(9)) \cdot \frac{5}{64}}{((1,2 : 36) + (1\frac{1}{5} : 0,25) - 1,8(3)) \cdot 1\frac{1}{4}} : 0125.$$

$$10. \frac{(2,8(4) - \frac{1}{15}) : 13\frac{8}{9} + 3\frac{3}{65} \cdot 0,(26)}{(18\frac{1}{2} - 13,(7)) \cdot \frac{1}{85}} : 0,5.$$

Зразок розв'язання:

Обчислити значення виразу:

$$\frac{(6,(11) - 4,1(6)) : 1,(7)}{(2,3(3) + 2,(66)) \cdot \frac{1}{2}}.$$

Для знаходження значення виразу використовуємо обчислення за операціями у порядку, визначеному виразом.

$$1) 6, \text{ «1» } \text{ «4,1» } = \left\{ 6, \text{ «1» } = 6\frac{11}{99} = 6\frac{1}{9}; \quad 4,1 \text{ «6» } = 4\frac{16-1}{90} = 4\frac{15}{90} = 4\frac{1}{6} \right\} =$$

$$= 6\frac{1}{9} - 4\frac{1}{6} = 5\frac{10}{9} - 4\frac{1}{6} = 1\frac{20-3}{18} = 1\frac{17}{18};$$

$$2) 1\frac{17}{18} : 0, \text{ «7» } = \left\{ 0, \text{ «7» } = \frac{7}{9} \right\} = 1\frac{17}{18} : \frac{7}{9} = \frac{35}{18} : \frac{7}{9} = \frac{35 \cdot 9}{18 \cdot 7} = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$3) 2,3\overline{6} + 2,6\overline{6} = \left\{ 2,3\overline{6} = 2\frac{33-3}{90} = 2\frac{30}{90} = 2\frac{1}{3}; \quad 2,(66) = 2\frac{66}{99} = 2\frac{2}{3} \right\} = 2\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} = 5;$$

$$4) 5 \cdot \frac{1}{2} = 2,5;$$

$$5) 2,5 : 2,5 = 1.$$

Відповідь: значення виразу дорівнює 1.

Завдання 2. Розв'язати задачі арифметичним методом.

1. У магазині було 1620 м тканини. Першого дня продали 0,3 усієї тканини, другого – $\frac{1}{5}$ остачі. Решту тканини продали протягом двох наступних днів, причому третього дня продали в 4 рази більше, ніж четвертого. Скільки тканини продавали кожного дня?

2. На складі було 4850 т вугілля. Першого дня продали $\frac{2}{5}$ усього вугілля, другого – 0,6 остачі, а решту продали протягом наступних двох днів, причому четвертого дня продали в 2 рази більше, ніж третього. Скільки вугілля продавали кожного дня?

3. За чотири місяці у млині перемололи 480 т пшениці. Першого місяця перемололи 0,3 всієї пшениці, другого – $\frac{1}{3}$ остачі. Решту перемололи протягом третього і четвертого місяців, причому за четвертий місяць перемололи у 5 разів менше, ніж за третій. Скільки тон пшениці перемелювали кожного місяця?

4. Із складу за 4 дні відпустили 2151м^3 лісу. За перший день відпустили $\frac{1}{3}$ всього лісу, за другий – 0,45 остачі. Решту лісу відпустили протягом наступних двох днів, причому за третій день відпустили у 4 рази більше, ніж за четвертий. Скільки лісу відпускали зі складу кожного дня?

5. Колгосп за рік одержав 486560 грн доходу. Тваринництво дало 0,6 усього доходу, рільництво – 0,5 остачі, решту доходу дали сад і город, причому, сад дав доходу у 3 рази більше, ніж город. Скільки доходу дала кожна галузь господарства окремо?

6. На складі було 8361 кг гасу. Першого дня із складу відпустили $\frac{2}{3}$ наявного гасу, другого – $\frac{1}{3}$ остачі, а решту відпустили протягом наступних двох днів, причому третього дня відпустили в 3 рази менше, ніж четвертого. Скільки гасу відпускали кожного дня?

7. Взуттєва фабрика відпустила за місяць 152790 пар взуття. Чоловіче взуття становило $\frac{1}{3}$ всієї кількості, жіноче – 0,25 остачі, а решта взуття – для підлітків і дитяче, причому дитячого було в 4 рази більше, ніж для підлітків. Скільки пар взуття кожного виду випущено окремо?

8. Фабрика випустила за місяць 25552000 м різної тканини. Ситець становив $\frac{1}{4}$ всієї тканини, фланель – 0,4 остачі, а решта – сатин і бязь, причому сатину було в 9 разів менше, ніж бязі. Скільки метрів бязі випустила фабрика?

9. Для обслуговування пасажирів у місті щоденно працює 2670 трамваїв, автобусів, тролейбусів і легкових таксі. Трамваї становлять $\frac{1}{5}$ всіх видів транспорту, автобуси – 0,25 остачі, а решта транспорту – тролейбуси і легкові таксі, причому тролейбусів у 8 разів менше, ніж легкових таксі. Скільки легкових таксі працює в місті?

10. Учень взяв у бібліотеці книжку, яка має 440 сторінок. Першого дня він прочитав $\frac{3}{11}$ всієї книги, другого дня – 0,625 остачі, а третього і четвертого дня – решту, причому за третій день він прочитав у 3 рази більше, ніж за четвертий. Скільки сторінок прочитав учень за третій день?

Зразок розв'язання: Розв'язати задачу арифметичним методом.

У чотирьох районах міста 12 тисяч жителів. У першому районі проживає $\frac{1}{4}$ від усієї кількості жителів, а в другому 0,3 остачі. Решта жителів проживає в III і IV районах, причому в третьому районі проживає у 2 рази менше

жителів, ніж у четвертому. Скільки жителів проживає у кожному районі міста.

Розв'язування.

1) Скільки жителів проживає у першому районі?

$$12000 \cdot \frac{1}{4} = 3000 \text{ (жит.)}$$

2) Скільки жителів проживає у решті трьох районах?

$$12000 - 3000 = 9000 \text{ (жит.)}$$

3) Скільки жителів проживає у другому районі міста?

$$9000 \cdot 0,3 = 2700 \text{ (жит.)}$$

4) Скільки жителів проживає в третьому і четвертому районах міста?

$$9000 - 2700 = 6300 \text{ (жит.)}$$

[Прийmemo кількість жителів третього району за 1ч, тоді у четвертому районі буде $1\text{ч} \cdot 2 = 2\text{ч}$]

5) Скільки частин становлять жителі, що проживають у III і IV районах разом?

$$1 + 2 = 3 \text{ (ч.)}$$

6) Скільки жителів проживає у третьому районі міста?

$$6300 : 3 = 2100 \text{ (жит.)}$$

7) Скільки жителів проживає у четвертому районі міста?

$$2100 \cdot 2 = 4200 \text{ (жит.) [або } 6300 - 2100 = 4200]$$

Відповідь: I - 3000ос.; II – 2700ос.; III – 2100ос.; IV – 4200ос.

Завдання 3. Розв'язати задачі арифметичним методом.

1. Шкільний кіоск за перший день продав 40% усіх зошитів, за другий – 25%, за третій – 28%, а за четвертий день – решту 1400 зошитів. По скільки зошитів продавав кіоск кожного дня?

2. Робітник з одержаної премії за винахід 30% витратив на придбання книг, 40% – на придбання радіоприймача, 18% – на придбання меблів, а решту – 180 грн. поклав до ощадбанку. Визначити скільки коштують окремо придбані книги, радіоприймач і меблі?

3. За перший день автомобіль пройшов 60% усієї відстані, за другий – 80% остачі, а за третій – решту відстані. Яку відстань пройшов автомобіль за три дні, якщо за другий день він пройшов на 480 км більше, ніж за третій?

4. Учень за перший день прочитав 40% усієї книжки, за другий – 60% остачі, а за третій – решту. Скільки сторінок у книжці, якщо за другий день учень прочитав на 30 сторінок більше, ніж за третій?

5. Три піонерські загони садили дерева на пришкільній ділянці. Перший загін посадив 30% усіх дерев, другий – 60% того, що посадив перший, а третій посадив решту дерев. Скільки всього дерев посадили піонери, якщо третій загін посадив на 92 дерева більше, ніж другий?

6. Овочева база за перший день відпустила 40% усієї картоплі, за другий – 60% остачі, а за третій – решту. Скільки центнерів картоплі було на базі, якщо за другий день база відпустила на 1800 ц більше, ніж за третій?

7. Три бригади пололи кукурудзу. Перша прополола 30% усієї площі, друга – 60% тієї кількості, що прополола перша бригада, а третя – решту, причому третя бригада прополола на 198 га більше, ніж перша. Скільки гектарів кукурудзи пропололи всі три бригади разом?

8. Три ланки садили ліс. Перша ланка посадила 38% усієї площі, друга – 52% остачі, а решту – третя, причому перша посадила на 1,44 га більше, ніж друга. Скільки гектарів лісу посадила кожна ланка окремо?

9. Лісництво засадило сосною 32,5% площі, відведеної під посадку, дубом – 70% остачі, а решту – іншими деревами. Сосни посаджено на 12,25 га більше, ніж інших дерев. Яку площу відведено під посадку інших дерев?

10. Три класи учнів допомагали колгоспу прополювати кукурудзу. Перший клас прополов 30% усієї площі, другий – 60% остачі, а третій – решту, причому він

прополов на 11,2 га менше, ніж другий. Скільки гектарів кукурудзи прополов кожний клас окремо?

Зразок розв'язання: Розв'язати задачу арифметичним методом.

Магазин за перший день продав 35% зошитів, а за другий день – 70% того, що залишилося, а за третій – решту зошитів. Скільки зошитів продав магазин за три дні, якщо за другий день він продав на 560 зошитів більше, ніж за третій день?

1. Скільки відсотків становлять зошити, які залишилися в магазині після першого дня продажу?

$$100\% - 30\% = 70\%$$

2. Скільки відсотків від кількості зошитів, проданих за три дні, становлять зошити, продані за другий день?

$$70\% : 100\% \cdot 70\% = 49\% \text{ (або } 70\% \cdot 0,7 = 49\%)$$

3. Скільки відсотків становлять зошити, які продав магазин третього дня?

$$70\% - 49\% = 21\%$$

4. Скільки відсотків становлять 560 зошитів?

$$49\% - 21\% = 28\%$$

5. Скільки зошитів продав магазин за три дні?

$$560 : 28\% \cdot 100\% = 2000$$

Відповідь: за три дні магазин продав 2000 зошитів.

Завдання 4. Знайти значення виразу:

$$1. ((-\frac{5}{6})(-6,6) - 5\frac{5}{7}) \cdot \frac{7}{9} + \frac{8}{15} : (-0,8) + (\frac{1}{12} - (-0,75)).$$

$$2. (4,25 - 6,5) : (-5\frac{3}{7} + 6\frac{5}{28}) + (-3\frac{5}{6} - (-5\frac{3}{8})) \cdot \frac{6}{37}.$$

$$3. -5,13 : (5\frac{5}{28} - (-1\frac{8}{9})) \cdot (-1,25) + 1\frac{16}{63} + (-\frac{1}{6}) : (-2).$$

$$4. (3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + (-19,5) : (-4\frac{1}{3})) : (\frac{62}{75} - \frac{4}{25}) - (-0,5 - \frac{3}{4}) : (-2,65 - (-3,15)).$$

$$5. \frac{1}{3} - (-\frac{1}{6}) : (-2) + (-0,75 - 0,7 : 2\frac{1}{3}) - (-4\frac{1}{3}) \cdot (-2\frac{5}{13} - (-3\frac{7}{26})).$$

6. $(-19,5 : (-4\frac{1}{3})) \cdot (3\frac{5}{9} + (-3\frac{1}{18})) - (14,7 : (-0,75 - 0,7 : 2\frac{1}{3}))$.
7. $(5\frac{5}{28} + 1\frac{8}{9} \cdot (-1,25) + 1\frac{16}{63}) : (-5,13) - (-\frac{62}{75} : (-\frac{4}{25}))$.
8. $((-\frac{3}{7}) \cdot 2\frac{1}{3} + 0,8 - 1,2 : (-0,4)) \cdot (2,3 + (1,78 - (-2,5)) - 1,28)$.
9. $(3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{24} + (3\frac{2}{7} - 5\frac{3}{14}) \cdot (-\frac{7}{54})) : (3,5 - 2,75 - (-\frac{3}{4})) \cdot (-5,6 + (-6,1))$.
10. $(7 - 8\frac{4}{5}) \cdot 2\frac{7}{9} - ((-6\frac{9}{14}) - 8\frac{5}{14}) : (\frac{1}{8} - \frac{3}{4}) + (-\frac{3}{14}) \cdot \frac{7}{9}$.

Зразок розв'язання:

Знайти значення виразу:

$$(-6,6) \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-9\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) - 7 : \left(-5\frac{1}{4}\right).$$

Для знаходження значення виразу виконаємо обчислення за операціями у порядку, визначеному виразом:

$$1) (-6,6) \cdot 1\frac{4}{5} = (-6,6) : 1,8 = -\frac{66}{18} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3};$$

$$2) \left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-9\frac{3}{5}\right) = \frac{5}{8} \cdot 9\frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 48}{8 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 1} = 6;$$

$$3) 3\frac{2}{3} + 6 = \left\{ \left| -3\frac{2}{3} \right| < |6| \right\} = 6 - 3\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3};$$

$$4) 2\frac{1}{3} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \left\{ \left| 2\frac{2}{3} \right| > \left| -\frac{3}{4} \right|; HCK(3;4) = 12 \right\} = 2\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \left\{ \frac{1}{3} > \frac{3}{4} \right\} = \\ = 2\frac{4-9}{12} = 1\frac{16-9}{12} = 1\frac{7}{12};$$

$$5) 7 : \left(-5\frac{1}{4}\right) = -7\frac{4}{21} = -1\frac{1}{3};$$

$$6) 1\frac{7}{12} - \left(-1\frac{1}{3}\right) = 1\frac{7}{12} + 1\frac{1}{3} = \frac{2(7+4)}{12} = 2\frac{11}{12}.$$

Відповідь: значення виразу дорівнює $2\frac{11}{12}$

ТЕСТИ

Додатні раціональні числа

1. Дріб $\frac{m}{n}$ правильний, якщо:

- а) $m > n$; б) $mn = nm$; в) $m = n$; г) $m < n$.

2. Два дроби $\frac{m}{n}$ і $\frac{c}{s}$ називаються рівними, якщо:

- а) $n = s$; б) $m = c$; в) $ms = nc$; г) $mn = cs$.

3. Якщо чисельник і знаменник дроби помножити на одне й те ж саме натуральне число, то:

- а) значення дроби збільшиться;
б) значення дроби не зміниться;
в) значення дроби зменшиться;
г) чисельник дроби дорівнюватиме знаменнику.

4. Дробом називається:

- а) пара чисел m і n , записаних у вигляді $\frac{m}{n}$;
б) число, записане у вигляді $\frac{m}{n}$;
в) упорядкована пара натуральних чисел m і n , що записуються символом $\frac{m}{n}$;
г) число, записане у вигляді $\overline{a_0, a_1, a_2 \dots a_n}$.

5. Дано дріб $\frac{m}{n}$. Вказати правильне твердження:

- а) m – знаменник; в) m – чисельник;
б) m – натуральне число; г) m – ціле невід’ємне число.

6. Дано дріб $\frac{m}{n}$. Вказати правильне твердження:

- а) n – знаменник; в) n – чисельник;
б) n – натуральне число; г) n – ціле невід’ємне число.

7. Якщо чисельник і знаменник дроби поділити на одне й те ж саме натуральне число, то:

- а) значення дроби збільшиться;
б) значення дроби не зміниться;
в) значення дроби зменшиться;
г) чисельник дроби дорівнюватиме знаменнику.

16. Вказати правильні твердження.

- а) з двох дробів із рівними знаменниками менший той у якого чисельник менший;*
- б) з двох дробів із рівними знаменниками менший той у якого чисельник більший;*
- в) з двох дробів із рівними чисельниками менший той у якого знаменник менший;*
- г) з двох дробів із рівними чисельниками менший той у якого знаменник більший.*

17. Вказати правильні твердження:

- а) множина додатних раціональних чисел рівнопотужна множині натуральних чисел;*
- б) множина додатних раціональних чисел зчисленна;*
- в) множина додатних раціональних чисел скінченна;*
- г) у множині додатних раціональних чисел не існує найменшого числа.*

18. Вказати правильні твердження:

- а) множина додатних раціональних чисел дискретна;*
- б) множина додатних раціональних чисел щільна;*
- в) множина додатних раціональних чисел скінченна;*
- г) множина додатних раціональних чисел, на якій визначене відношення «менше», є упорядкованою.*

19. Множина додатних раціональних чисел позначається:

- а) Q_+ ;*
- б) Q ;*
- в) R_+ ;*
- г) R .*

20. Вказати правильні твердження:

- а) множина натуральних чисел N є власною підмножиною множини додатних раціональних чисел Q_+ ;*
- б) натуральні числа, що розглядаються як елементи раціональних чисел, називаються цілими додатними раціональними числами;*
- в) натуральні числа, що розглядаються як елементи раціональних чисел, називаються дробовими додатними числами;*

г) натуральні числа, що розглядаються як елементи раціональних чисел, називаються цілими числами.

21. Кожне додатне раціональне число має:

- а) єдине зображення; в) обмежену кількість зображень;
б) декілька зображень; г) безліч зображень.

22. Множина додатних раціональних чисел, впорядкована відношенням «менше», щільна, тому що:

- а) $\forall a, v \in M \exists c \in M : c < a < v$;
- б) $\forall a, v \in Q_+ : a < v \rightarrow \exists c \in Q_+ : a < c < v$;
- в) $\forall a, v \in Q \exists c \in Q : a < v < c$;
- г) довільне раціональне число a має сусіднє.

23. Сумою довільних додатних раціональних чисел a і v , які мають своїми зображеннями відповідно дроби $\frac{m}{n}$ і $\frac{c}{s}$, називається:

- а) натуральне число $a + b$;
 б) додатне раціональне число, яке має своїм зображенням дріб $\frac{mn+sc}{ns}$;
 в) додатне раціональне число, яке має своїм зображенням дріб $\frac{ms+cn}{ns}$;
 г) додатне раціональне число, яке має своїм зображенням дріб $\frac{m+c}{n+s}$.

24. Вказати правильні твердження.

- $\frac{m}{n}$ - дріб;
- $\frac{m}{n}$ - запис додатного раціонального числа;
- $\frac{m}{n}$ - зображення додатного раціонального числа;
- $\frac{m}{n}$ - натуральне число.

25. Дріб $\frac{m}{n}$ називається нескоротним, якщо:

- $$\begin{array}{ll} \text{a) } HCK(m, n) = m \cdot n; & \text{б) } HCK(m, n) = m; \\ \text{б) } HCD(m, n) = 1; & \text{в) } HCD(m, n) = n. \end{array}$$

26. Кожне додатне раціональне число має нескоротних зображень:

- а) єдине зображення;
- б) декілька зображень;
- в) два зображення;
- г) безліч зображень.

27. Вказати правильні твердження:

- а) сума довільних додатних раціональних чисел не залежить від їх зображень;
- б) сума довільних додатних раціональних чисел завжди існує і до того ж єдина;
- в) сума довільних додатних раціональних чисел залежить від їх зображень;
- г) сума довільних додатних раціональних чисел визначається неоднозначно.

28. Операцією додавання додатних раціональних чисел називається:

а) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій довільним двом числам a і b ставиться у відповідність число $a + b$, що є їх сумою;

б) операція на множині додатних раціональних чисел, при якій довільним двом числам a і b ставиться у відповідність число $a + b$, що є їх сумою;

в) додатне раціональне число, яке має своїм зображенням дріб $\frac{ms+cn}{ns}$;

г) додатне раціональне число, яке має своїм зображенням дріб $\frac{m+c}{n+s}$.

29. Вказати правила скорочення для операції додавання на множині додатних раціональних чисел:

- а) $\forall a, b, c \in Q_+ : a + c < b + c \rightarrow a < b$;
- б) $\forall a, b, c \in Q_+ : a = b \rightarrow a + c = b + c$;
- в) $\forall a, b, c \in Q_+ : a + c = b + c \rightarrow a = b$;
- г) $\forall a, b, c \in Q_+ : a < b \rightarrow a + c < b + c$.

30. Операція додавання додатних раціональних чисел:

- а) комутативна;
- б) асоціативна;
- в) дистрибутивна відносно множення;
- г) не комутативна.

31. Операцією віднімання додатних раціональних чисел a і b називається:

а) операція на множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх різниця;

б) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх різниця;

в) додатне раціональне число x , таке що $a = b + x$;

г) додатне раціональне число x , таке що $a + b = x$.

32. Вказати закони монотонності для операції додавання на множині додатних раціональних чисел:

а) $\forall a, b \in Q_+ : a + b = b + a$;

б) $\forall a, b, c \in Q_+ : a = b \rightarrow a + c = b + c$;

в) $\forall a, b, c \in Q_+ : a + c = b + c \rightarrow a = b$;

г) $\forall a, b, c \in Q_+ : a < b \rightarrow a + c < b + c$.

33. Різницею додатних раціональних чисел a і b називається:

а) число x , таке що $a + x = b$;

б) число x , таке що $a = b - x$;

в) додатне раціональне число x , таке що $a = b + x$;

г) додатне раціональне число x , таке що $a + x = b$.

34. Вказати правильні твердження:

а) операція віднімання додатних раціональних чисел завжди існує;

б) операція віднімання додатних раціональних чисел завжди єдина;

в) операція віднімання додатних раціональних чисел a і b існує тоді і тільки тоді, коли $a < b$;

г) операція віднімання додатних раціональних чисел a і b існує тоді і тільки тоді, коли $a \geq b$.

35. Добутком довільних додатних раціональних чисел a і b , що мають своїми зображеннями відповідно дроби $\frac{m}{n}$ і $\frac{p}{s}$ називається:

- а) число $\frac{ms + nc}{nc}$;
- б) додатне раціональне число, що має своїм зображенням дріб $\frac{ms}{nc}$;
- в) додатне раціональне число, що має своїм зображенням дріб $\frac{mc}{ns}$;
- г) додатне раціональне число, що має своїм зображенням дріб $\frac{mn}{cs}$.

36. Вказати правильні твердження:

- а) добуток двох додатних раціональних чисел не залежить від їх зображення;
- б) добуток двох додатних раціональних чисел залежить від їх зображення;
- в) добуток двох додатних раціональних чисел a і b визначається неоднозначно;
- г) добуток двох додатних раціональних чисел a і b завжди існує і єдиний.

37. Множенням додатних раціональних чисел називається:

- а) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх добуток $a \cdot b$;
- б) операція на множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх добуток $a \cdot b$;
- в) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність деяка пара чисел a і b ;
- г) додатне раціональне число c , що має своїм зображенням дріб $\frac{m \cdot c}{n \cdot c}$.

38. Вказати символічний запис комутативного закону множення на множині додатних раціональних чисел:

- а) $\forall a, b, c \in Q_+ : (a \cdot b)c = a(b \cdot c)$;

$$\text{б)} \forall a, v, c \in Q_+ : (a + v)c = ac + vc;$$

$$\text{в)} \forall a, v \in Q_+ : a \cdot v = v \cdot a;$$

$$\text{г)} \forall a, v, c \in Q_+ : a = v \rightarrow ac = vc.$$

39. Вказати символічний запис асоціативного закону множення на множині додатних раціональних чисел:

$$\text{а)} \forall a, v, c \in Q_+ : (a \cdot v) c = a (v \cdot c);$$

$$\text{б)} \forall a, v, c \in Q_+ : (a + v) c = ac + vc;$$

$$\text{в)} \forall a, v \in Q_+ : a \cdot v = v \cdot a;$$

$$\text{г)} \forall a, v, c \in Q_+ : a = v \rightarrow ac = vc.$$

40. Вказати символічний запис дистрибутивного закону множення на множині додатних раціональних чисел відносно додавання:

$$\text{а)} \forall a, v \in Q_+ : (a + v) c = a (v + c);$$

$$\text{б)} \forall a, v, c \in Q_+ : (a + v) c = ac + vc;$$

$$\text{в)} \forall a, v \in Q_+ : a \cdot v = v \cdot a;$$

$$\text{г)} \forall a, v, c \in Q_+ : a = v \rightarrow ac = vc.$$

41. Операція множення на множині додатних раціональних чисел:

$$\text{а)} \text{ комутативна}; \quad \text{в)} \text{ дистрибутивна відносно ділення};$$

$$\text{б)} \text{ не комутативна}; \quad \text{г)} \text{ асоціативна}.$$

42. Операція множення на множині додатних раціональних чисел:

$$\text{а)} \text{ дистрибутивна відносно додавання};$$

$$\text{б)} \text{ не комутативна};$$

$$\text{в)} \text{ дистрибутивна відносно ділення};$$

$$\text{г)} \text{ асоціативна}.$$

43. Вказати символічний запис закону монотонності операції множення на множині додатних раціональних чисел відносно відношення рівно:

$$\text{а)} \forall a, v \in Q_+ : (a \cdot v) c = a (v \cdot c);$$

$$\text{б)} \forall a, v, c \in Q_+ : (a + v) c = ac + vc;$$

$$\text{в)} \forall a, v \in Q_+ : a \cdot v = v \cdot a;$$

$$\text{г)} \forall a, v, c \in Q_+ : a = v \rightarrow ac = vc.$$

44. Вказати символічний запис правила скорочення для множення на множині додатних раціональних чисел:

- а) $\forall a, b, c \in Q_+ : a = b \rightarrow ac = bc$;
- б) $\forall a, b, c \in Q_+ : (ac = bc) \rightarrow a = b$;
- в) $\forall a, b, c \in Q_+ : (ac < bc) \rightarrow a < b$;
- г) $\forall a, b, c \in Q_+ : (a < b) \wedge (c \neq 0) \rightarrow ac < bc$.

45. Часткою довільних додатних раціональних чисел a і b називається:

- а) додатне раціональне число x таке що $a = b \cdot x$;
- б) додатне раціональне число x таке що $a \cdot x = b$;
- в) додатне раціональне число x таке що $b : x = a$;
- г) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність число $\frac{a}{b}$.

46. Додатне раціональне число b називається оберненим до числа a , якщо:

- а) їх різниця дорівнює 0;
- б) їх частка дорівнює 1;
- в) їх сума дорівнює 0;
- г) їх добуток дорівнює 1.

47. Вказати правильні твердження:

- а) для кожного додатного раціонального числа існує єдине обернене йому число;
- б) для кожного додатного раціонального числа існує безліч обернених йому чисел;
- в) частка довільних додатних раціональних чисел завжди існує і єдина;
- г) частка довільних додатних раціональних чисел існує тоді, коли $a > b$.

48. Операцією ділення (діленням) додатних раціональних чисел називається:

- а) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх частка $a : b$;
- б) операція на множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх частка $a : b$;

в) додатне раціональне число s , що має своїм зображенням $\frac{ms}{nc}$;

г) операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і v ставиться у відповідність число x , таке що $a \cdot x = v$.

49. Вказати правильні рівності:

а) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2}{15}$; в) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$; г) $\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{10}{3}$.

50. Вказати правильні рівності:

а) $\frac{2}{3} : \frac{1}{3} = 2$; б) $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{15}$; в) $\frac{2}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$; г) $\frac{2}{3} : 5 = \frac{10}{5}$.

51. Вказати правильні рівності.

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{18}$; в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$; г) $\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.

52. Вказати правильні рівності:

а) $7 - 1\frac{1}{3} = 6\frac{1}{3}$; б) $7 - 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}$; в) $7 - 1\frac{1}{3} = 5\frac{2}{3}$; г) $3\frac{5}{9} - 1\frac{7}{9} = 1\frac{7}{9}$.

53. Дріб називається десятковим, якщо:

а) його чисельник є натуральним числом, записаним у десятковій системі числення, а знаменник натуральним степенем числа 10;

б) він записаний у вигляді $a_0, a_1 a_2 \dots a_n$;

в) його чисельник є натуральним числом, записаним у позиційній системі числення з основою q , а знаменник натуральним степенем основи q ;

г) він записується у вигляді $a_0, a_1 a_2 \dots a_{n(q)}$, де $a_0, a_1 a_2 \dots a_n < q$.

54. Десятковий дріб називається правильним, якщо:

а) його ціла частина більша за 0;

б) його ціла частина рівна 0;

в) його дробова частина рівна 0;

г) його дробова частина має один десятковий знак.

55. Які твердження відносяться до властивостей десяткового дробу:

а) дописування нулів після коми до десяткового дробу не змінює його величини;

б) з двох десяткових дробів більший той, у якого більша його ціла частина або ж якщо цілі частини рівні, у якого раніше зустрінеється більший відповідний десятковий знак;

в) щоб помножити (поділити) десятковий дріб на 10^n , де $n \in \mathbb{N}$, треба перенести кому вправо (вліво) на n цифр;

г)) щоб помножити (поділити) десятковий дріб на 10^n , де $n \in \mathbb{N}$, треба перенести кому вліво (вправо) на n цифр;

56. Який із записів правильний?

$$\begin{array}{r} \text{а)} \quad + 2,75 \\ \underline{\quad 3,5 \quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б)} \quad + 2,75 \\ \underline{\quad 3,5 \quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в)} \quad \times 2,75 \\ \underline{\quad 3,5 \quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г)} \quad \times 2,75 \\ \underline{\quad 3,5 \quad} \end{array}$$

57. Який із записів правильний?

$$\begin{array}{r} \text{а)} \quad \times 2,75 \\ \underline{\quad 0,2 \quad} \\ 5,50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б)} \quad \times 2,75 \\ \underline{\quad 0,2 \quad} \\ 5,50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в)} \quad \times 2,75 \\ \underline{\quad 0,2 \quad} \\ 0,550 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г)} \quad + 2,75 \\ \underline{\quad 0,2 \quad} \\ 2,77 \end{array}$$

58. У десятковому дробі $\overline{a_k a_{k-1} \dots a_0, v_1 v_2 \dots v_n}$ число $\overline{a_k a_{k-1} \dots a_0}$

називають:

а) звичайним;

в) дробовою частиною;

б) дробовим;

г) цілою частиною.

59. У десятковому дробі $\overline{a_k a_{k-1} \dots a_0, v_1 v_2 \dots v_n}$ число $\overline{v_1 v_2 \dots v_n}$

називають:

а) звичайним;

в) дробовою частиною;

б) дробовим;

г) цілою частиною.

60. Які твердження відносяться до властивостей десяткового дробу:

а) дописування нулів після коми до десяткового дробу не змінює його величини;

б) дописування нулів справа до десяткового дробу не змінює його величини;

в) щоб звести дроби до спільного знаменника, треба за допомогою дописування нулів справа зрівняти в них кількість десяткових знаків;

г) щоб додати два десяткові дроби, треба підписати доданки один під одним так, щоб ціла частина була під цілою, а дробова під дробовою.

61. Нескоротний дріб $\frac{m}{n}$ перетворюється в скінчений

десятковий дріб тоді і тільки тоді, коли:

- а) канонічний розклад знаменника, крім простих множників 2 і 5, містить інші прості множники;*
- б) канонічний розклад знаменника містить лише прості множники 2 і 5;*
- в) канонічний розклад чисельника містить лише прості множники 2 і 5;*
- г) канонічні розклади чисельника і знаменника містять прості множники 2 і 5.*

62. Нескоротний дріб $\frac{m}{n}$ перетворюється в нескінченний періодичний десятковий дріб, якщо:

- а) канонічний розклад знаменника, крім простих множників 2 і 5, містить інші прості множники;*
- б) канонічний розклад знаменника містить лише прості множники 2 і 5;*
- в) канонічний розклад чисельника містить лише прості множники 2 і 5;*
- г) канонічні розклади чисельника і знаменника містять прості множники 2, 5.*

63. Нескінченний десятковий дріб називається періодичним, якщо:

- а) він утворюється повторенням кортежу цифр, починаючи відразу після коми;*
- б) якщо цифри його запису повторюються;*
- в) він утворюється повторенням кортежу цифр, починаючи з деякого десяткового знаку;*
- г) він утворюється повторенням кортежу цифр, що містяться у його цілій частині.*

64. Періодичний дріб називається мішаним, якщо:

- а) ціла частина його рівна 0;*
- б) період починається відразу після коми;*
- в) період складається з однієї цифри;*
- г) між комою і періодом є десяткові знаки.*

65. Дріб $\frac{2}{37}$ перетворюється у:

- а) чистий періодичний десятковий дріб;
- б) мішаний періодичний десятковий дріб;
- в) скінченний десятковий дріб;
- г) ціле число.

66. Дріб $\frac{3}{20}$ перетворюється у:

- а) чистий періодичний десятковий дріб;
- б) мішаний періодичний десятковий дріб;
- в) скінченний десятковий дріб;
- г) ціле число.

67. Число, десятковий запис якого є кортежем найменшої довжини, що повторюється, називається:

- а) періодом;
- б) довжиною періоду;
- в) довжиною кортежу;
- г) мішаним числом.

68. Довжиною періоду у нескінченному періодичному десятковому дробі називається:

- а) кількість цифр у періоді;
- б) довжина кортежу найменшої довжини, який повторюється;
- в) кількість десяткових знаків;
- г) довжина кортежу цифр цілої його частини.

69. Періодичний дріб називається чистим, якщо:

- а) ціла частина його рівна 0;
- б) період починається відразу після коми;
- в) період складається з однієї цифри;
- г) між комою і періодом є десяткові знаки.

70. Дріб $\frac{1}{28}$ перетворюється у:

- а) чистий періодичний десятковий дріб;
- б) мішаний періодичний десятковий дріб;
- в) скінченний десятковий дріб;
- г) ціле число.

71. Десятковий запис дробу $\frac{7}{2 \cdot 5^4}$ має до періоду десяткових знаків:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

72. Десятковий запис дробу $\frac{7}{2^3 \cdot 5}$ має до періоду десяткових знаків:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

73. Нескінченний періодичний десятковий дріб $1,(24)$ рівний звичайному дробу:

- а) $\frac{124-24}{900}$; в) $\frac{24}{90} = 1\frac{4}{15}$;
б) $\frac{124-1}{990}$; г) $1\frac{24}{99} = 1\frac{8}{33}$.

74. Одна сота частина числа називається:

- а) відсотком; в) процентом;
б) дробом; г) періодом.

75. Щоб знайти дріб від числа, треба:

- а) це число помножити на даний дріб;
б) це число поділити на даний дріб;
в) дріб поділити на це число;
г) дріб відняти від даного числа.

76. Десятковий запис дробу $\frac{5}{12}$ має до періоду десяткових знаків:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

77. Десятковий запис дробу $\frac{7}{2 \cdot 5^2 \cdot 3}$ має до періоду десяткових знаків:

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

78. Нескінченний періодичний десятковий дріб $3,4(37)$ рівний звичайному дробу:

- а) $3\frac{437-4}{900}$; б) $3\frac{37-4}{99}$; в) $3\frac{437-4}{990}$; г) $3\frac{37}{99}$.

79. Щоб знайти число за його дробом, треба:

- а) це число помножити на даний дріб;
б) дане число поділити на дріб;
в) дріб поділити на це число;

г) дріб відняти від даного числа.

80. Студент отримав 120 грн стипендії. $\frac{2}{3}$ її він витратив на продукти. Щоб знайти, скільки грошей студент витратив на продукти, треба:

а) $120 - \frac{2}{3}$;

в) $120 \cdot \frac{2}{3}$;

б) $120 : \frac{2}{3}$;

г) $120 : 3 \cdot 2$.

81. Студент купив книжку, яка коштує 24 грн, що становить $\frac{3}{16}$ його стипендії. Щоб знайти, скільки гривень становить стипендія, треба:

а) $24 \cdot \frac{3}{16}$;

в) $24 + \frac{3}{16}$;

б) $24 : \frac{3}{16}$;

г) $24 : 3 \cdot 16$.

82. Студент одержав 120 грн стипендії. На покупку книжки він витратив 36 грн. Щоб знайти, скільки відсотків від стипендії становить вартість книжки, треба:

а) $\frac{36}{120} \cdot 100$; б) $\frac{120}{36} \cdot 100$; в) $\frac{100}{120} \cdot 36$; г) $\frac{36}{100} \cdot 120$.

83. Стипендія студента становить 120 грн. Студент на покупку книжки витратив 36 грн. Щоб знайти, яку частину грошей потратив студент на покупку книжки, треба:

а) $120 : 36$; б) $\frac{36}{120}$; в) $120 - 36$; г) $120 + 36$.

84. Стипендія студента становить 120 грн. На покупку книжки він витратив 12% цієї суми. Щоб знайти, скільки гривень потратив студент на покупку книжки, треба:

а) $120 : 12$;

в) $120 : 12 \cdot 100$;

б) $120 : 100 \cdot 12$;

г) $120 - 12$.

85. Студент купив книжку за 36 грн, що становить 12% його стипендії. Щоб знайти, скільки гривень становить стипендія студента, треба:

а) $36 \cdot 12$;

в) $36 : 100 \cdot 12$;

б) $36 : 12 \cdot 100$;

г) $100 : 12 \cdot 36$.

Дійсні числа

1. Два відрізки, для яких не існує третього відрізка, що вкладався б цілу кількість разів у кожному з них, називаються:

- а) різними; в) рівними;*
- б) не сумірними; г) сумірними.*

2. Вказати правильні твердження:

- а) діагональ квадрата сумірна з його стороною;
- б) діагональ квадрата не сумірна з його стороною;
- в) не існує додатного раціонального числа, квадрат якого дорівнює 2;
- г) існує додатне раціональне число, квадрат якого дорівнює 2.

3. Нескінчений неперіодичний десятковий дріб називається:

- а) додатним раціональним числом;
- б) додатним ірраціональним числом;
- в) множиною дійсних чисел;
- г) системним дробом.

4. Множина, яка є об'єднанням множин додатних раціональних і ірраціональних чисел, називається множиною:

- а) додатних дійсних чисел; в) натуральних чисел;*
- б) дійсних чисел; г) цілих невід'ємних чисел.*

5. Вказати твердження, що не належить до аксіом, на яких базується вимірювання відрізків:

- а) рівні відрізки мають рівні міри;
б) кожний відрізок можна поділити на n рівних відрізків,
де n – довільне натуральне число більше одиниці;
в) для довільних відрізків α і β існує натуральне число n
таке, що $n \alpha > \beta$;

- г) якщо на прямій дано послідовність відрізків:

$$A_0 B_0, \quad A_1 B_1, \quad A_2 B_2, \quad ..., \quad A_n B_n, \quad ... (1),$$

таких що:

1) кожний наступний відрізок є підмножиною попереднього;

2) для будь-якого наперед заданого відрізка CD знайдеться ціле невід'ємне число n , при якому $A_n B_n < CD$, то на прямій існує єдина точка, яка належить всім відрізкам послідовності (1).

6. Яке із тверджень у завданні №5 є аксіомою Архімеда?

7. Яке із тверджень у завданні №5 є аксіомою Квантора?

8. Яке із тверджень у завданні №5 виражає неперервність прямої?

9. Сумою двох дійсних чисел з різними знаками є:

а) від'ємне число, модуль якого дорівнює різниці модулів цих чисел;

б) додатне число, модуль якого дорівнює сумі модулів цих чисел;

в) число, модуль якого дорівнює сумі модулів цих чисел, взяте із знаком, що стоїть біля числа з більшим модулем;

г) число, модуль якого дорівнює різниці більшого і меншого модулів даних чисел, перед яким поставлено знак того числа, яке має більший модуль.

10. Вказати повний набір властивостей додавання, де a , b , c – довільні дійсні числа.

а) $a + 0 = 0 + a = a$; $a + b = b + a$; $(a + b) \cdot c = ac + bc$; $a + b = c$; $a = b + c$.

б) $a + 0 = 0 + a$; $a + b = b + a$; $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a = b) \rightarrow a + c = b + c$; $a + c = b + c \rightarrow a = b$.

в) $(a + b) - c = (a - c) + (b - c)$; $a + b = c$; $a + b = b + a$; $a + 1 = a^1$.

г) $a - (b + c)$; $(a + b) + c = (a + c) + b$; $a + (b + c) = (a + b) + c$; $a + 0 = 0 + a = a$.

11. Операція на множині дійсних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх сума $a + b$, називається:

а) додаванням дійсних чисел;

б) сумою дійсних чисел;

в) операцією на множині;

г) операцією у множині.

12. Сума довільних двох дійсних чисел:

а) завжди існує і єдина;

в) не завжди існує;

б) якщо існує, то єдина;

г) існує, якщо $a > b$.

13. Множиною дійсних чисел називається:

а) $R_+ \cup \mathbb{A}^- \cup R_-$;

в) $N \cup \mathbb{A}^- \cup N_0$;

б) $Q_+ \cup \mathbb{A}^- \cup Q_-$;

г) $Z^+ \cup Q$.

14. Пряма, на якій задано точки О та Е, вказано напрям від О до Е, називається:

а) координатною площиною;

в) півпрямую;

б) числовим променем;

г) координатною прямою.

15. Геометрично модуль дійсного числа виражає:

а) відстань між двома точками на прямій;

б) координату точки на прямій;

в) відстань між двома симетричними точками на координатній прямій;

г) відстань на координатній прямій від точки М, яка має своєю координатою це число, до початку координат.

16. Сумою двох від'ємних дійсних чисел є:

а) від'ємне число, модуль якого дорівнює різниці модулів цих чисел;

б) додатне число, модуль якого дорівнює сумі модулів цих чисел;

в) число, модуль якого дорівнює сумі модулів цих чисел, взяте із знаком, що стоїть біля числа з більшим модулем;

г) від'ємне число, модуль якого дорівнює сумі модулів цих чисел.

17. Вказати кінцівку істинного твердження: “Добутком довільних двох дійсних чисел a і b є дійсне число...”:

а) модуль якого дорівнює добутку модулів цих чисел із знаком «+», тільки тоді коли числа обидва додатні;

б) модуль якого дорівнює добутку модулів цих чисел із знаком «+», тільки тоді коли числа обидва від'ємні;

в) модуль якого дорівнює добутку модулів цих чисел із знаком «+», коли числа різних знаків;

г) модуль якого дорівнює добутку модулів цих чисел із знаком «+», коли числа мають однакові знаки.

18. Вказати кінцівку твердження: “Добуток двох дійсних чисел...”:

а) існує, якщо $a > b$;

в) не завжди існує;

б) завжди існує та єдиний;

г) існує, якщо $a < b$.

19. Операція на множині дійсних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх добуток $a \cdot b$, називається:

а) добутком дійсних чисел a і b ;

б) множенням дійсних чисел;

в) числом, модуль якого дорівнює добутку модулів цих чисел із знаком «+», коли числа різних знаків;

г) числом, модуль якого дорівнює добутку модулів цих чисел із знаком «+», коли числа мають однакові знаки.

20. Вказати повний набір властивостей операції множення дійсних чисел:

а) $\forall a \in R : a \cdot 0 = 0$;

в) $\forall a \in R : a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$;

$\forall a \in R : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;

$\forall a, b \in R : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;

$\forall a, b \in R : a \cdot b = b \cdot a$;

$\forall a, b \in R : a \cdot b = b \cdot a$;

$\forall a, b, c \in R : (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;

$\forall a, b, c \in R : (a \cdot b) \cdot c = (ac) \cdot (bc)$;

$\forall a, b, c \in R : a = b \rightarrow ac = bc$.

$\forall a, b, c \in R : (a + b) \cdot c = ac + bc$;

$\forall a, b, c \in R : a = b \rightarrow ac = bc$.

б) $\forall a \in R : a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$;

г) $\forall a \in R : a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$;

$\forall a, b \in R : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;

$\forall a, b \in R : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;

$\forall a, b \in R : a \cdot b = b \cdot a$;

$\forall a, b \in R : a \cdot b = b \cdot a$;

$\forall a, b, c \in R : (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;

$\forall a, b, c \in R : (a \cdot b) \cdot c = (ac) \cdot (bc)$;

$\forall a, b, c \in R : (a + b) \cdot c = ac + bc$;

$\forall a, b, c \in R : (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;

$\forall a, b, c \in R : a = b \rightarrow ac = bc$.

$\forall a, b, c \in R : (a + b) \cdot c = a + (b \cdot c)$;

$\forall a, b, c \in R : a = b \rightarrow ac = bc$.

21. Дійсне число x , при якому для будь-яких дійсних чисел a і b виконується рівність $b + x = a$, називається:

- а) різницею дійсних чисел a і b ; в) добутком чисел a і b ;
б) сумою чисел a і b ; г) додаванням чисел a і b .

22. Вказати правильну рівність:

- а) $b + (a - b) = b$;
б) $b + (a - b) = (a + b) - (b - a)$;
в) $b + (a - b) = a$;
г) $b + (a - b) = (b + a) + (a - b)$.

23. Операція на множині дійсних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх різниця $a - b$, називається:

- а) різницею чисел a і b ; в) операцією на множині;
б) відніманням дійсних чисел; г) операцією у множині.

24. Операція віднімання на множині дійсних чисел існує:

- а) завжди; б) якщо $a > b$; в) якщо $a < b$; г) якщо $a \geq b$.

25. Вказати хибне висловлювання:

а) відношення більше на множині дійсних чисел транзитивне:

$$\forall a, b, c \in R : (a > b) \wedge (b > c) \rightarrow a > c;$$

б) для довільних дійсних чисел a і b має місце одне і тільки одне з відношень: або $a = b$, або $a > b$, або $a < b$;

в) відношення «більше» на множині дійсних чисел є відношенням нестрогого лінійного порядку;

г) відношення більше на множині дійсних чисел є відношенням строгого лінійного порядку.

26. Вказати закон монотонності додавання щодо відношення порядку:

- а) $\forall a, b, c \in R : (a = b) \rightarrow (a + c = b + c)$;
б) $\forall a, b, c \in R : (a < b) \rightarrow (a + c < b + c)$;
в) $\forall a, b, c \in R : (a + c < b + c) \rightarrow (a < b)$;
г) $\forall a, b, c \in R : (ac = bc) \rightarrow a = b$.

27. Вказати правило скорочення додавання дійсних чисел щодо відношення порядку:

- а) $\forall a, v, c \in R: (a = v) \rightarrow (a + c = v + c);$
- б) $\forall a, v, c \in R: (a < v) \rightarrow (a + c < v + c);$
- в) $\forall a, v, c \in R: (a + c < v + c) \rightarrow (a < v);$
- г) $\forall a, v, c \in R: (ac = vc) \rightarrow a = v.$

28. Вказати правильні твердження:

- а) $\forall a, v, c \in R: (a > v) \wedge (c > 0) \rightarrow (ac > v \cdot c);$
- б) $\forall a, v, c \in R: (a > v) \wedge (c > 0) \rightarrow (ac < vc);$
- в) $\forall a, v, c \in R: (a > v) \wedge (c < 0) \rightarrow (ac > vc);$
- г) $\forall a, v, c \in R: (a > v) \wedge (c < 0) \rightarrow (ac < vc).$

29. Дійсне число x , при якому, для будь-яких дійсних чисел a і v , $v \cdot x = a$, називається:

- а) діленням дійсних чисел;
- б) добутком чисел a і v ;
- в) часткою дійсних чисел a і $v \neq 0$;
- г) множенням дійсних чисел.

30. Вказати правильну рівність:

- а) $(a : v) \cdot v = a;$
- б) $(a : v) \cdot v = v;$
- в) $(a \cdot v) : v = v;$
- г) $v \cdot (a : v) = v.$

31. Для довільних чисел a і v число a називається більшим числа v (позначається $a > v$), якщо:

- а) різниця $a - v \in$ числом від'ємним;
- б) різниця $a - v \in$ числом додатним;
- в) сума $a + v \in$ числом від'ємним;
- г) сума $a + v \in$ числом додатним.

32. Вказати правильне твердження:

- а) $\forall a, v, c \in R: (ac = vc) \wedge (c \neq 0) \rightarrow (a : v = c);$
- б) $\forall a, v, c \in R: (ac = vc) \wedge (c \neq 0) \rightarrow (a = v);$
- в) $\forall a, v, c \in R: (a = v) \rightarrow a \cdot c = v;$
- г) $\forall a, v, c \in R: (a = v) \rightarrow a = v \cdot c.$

33. Вказати правильну рівність:

- а) $-2 \cdot 4 = 8;$
- в) $-2 \cdot (-4) = -8;$

$$б) -2 \cdot 4 = -8;$$

$$г) 4 \cdot (-2) = 8.$$

34. Вказати правильні твердження:

$$а) \forall a, v, c \in R: (ac > vc) \wedge (c > 0) \rightarrow (a < v);$$

$$б) \forall a, v, c \in R: (ac > vc) \wedge (c > 0) \rightarrow (a > v);$$

$$в) \forall a, v, c \in R: (ac > vc) \wedge (c < 0) \rightarrow (a < v);$$

$$г) \forall a, v, c \in R: (ac > vc) \wedge (c < 0) \rightarrow (a > v).$$

35. Вказати правильну рівність:

$$а) -2 + 4 = 6;$$

$$в) -2 + 4 = 2;$$

$$б) -2 + 4 = -6;$$

$$г) -2 + 4 = -2.$$

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VII (Рівняння і нерівності)

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Тема 1. Числові вирази. Розв'язування задач на складання виразів

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Поняття числового виразу та його значення.
2. Числові рівності та їх властивості.
3. Числові нерівності та їх властивості.

III. Практичні завдання

1. (Усно) №1 [4, с. 465]. Які записи є числовими виразами:

- | | | |
|----------------------|-------------------|----------------|
| 1) $3 \cdot 5 + 4$; | 3) $3x + 5$; | 5) $6 + 8 -$; |
| 2) 27; | 4) $3 + 2 - 10$; | 6) $: 1,5$. |

2. №2 [4, с. 465]. Чому числові вирази не мають значень на множині цілих невід'ємних чисел:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $(3 - 6) + 2 \cdot 7$; | 2) $(3 + 5) : 24 \cdot 9 + 2$; |
| 3) $2 - 8 - 3 - 9 + 6 \cdot 7$? | |

3. №4 [4, с. 465]. (Письмово, самостійно) Розставити дужки в запису $54 - 36 : 2 + 4$ так, щоб отримані числові вирази мали значення:

- | | | | | |
|--------|-------|--------|--------|--------|
| 1) 13; | 2) 3; | 3) 32; | 4) 48; | 5) 40. |
|--------|-------|--------|--------|--------|

4. №5 [4, с. 465]. Розв'язати задачі і скласти числові вирази для їх розв'язування:

1) На одне поле привезли для сівби 45 мішків пшениці, а на друге – 69 мішків. Відомо, що на друге поле привезли пшениці на 1 т 920 кг більше, ніж на перше. Знайти масу пшениці, яку привезли на обидва поля разом.

2) Два поїзди вийшли одночасно назустріч один одному. Перший поїзд рухався із швидкістю 65 км/год, а другий – 70

км/год і пройшов до зустрічі 280 км. Яка відстань була між поїздами до початку руху?

3) Із пункту А в пункт Б, відстань між якими 12 км, вийшли назустріч один одному два пішоходи. Швидкість першого пішохода становить 4 км/год, а другого – 4,5км/год. На скільки хвилин раніше прибуде в пункт А другий пішохід?

5. №6 [4, с. 466]. (Усно) У шкільному саду є 6 рядів груш по 12 дерев у кожному і 8 рядів яблунь по 14 у кожному. До даної умови задачі сформулювати питання так, щоб розв’язок задачі знаходився за допомогою виразу:

1) $12 \cdot 6 + 14 \cdot 8$; 2) $14 \cdot 8 - 12 \cdot 6$; 3) $14 \cdot 8 - 72$.

6. №8 [4, с. 466]. Записати висловлення у вигляді числової рівності та встановити їх логічні, значення:

1) 8 більше 6 на 2; 3) – 3 більше 4 на 7;
2) 8 менше 6 на 2; 4) 5 менше 9 на 4.

7. №3 [4, с. 465]. Знайти значення числових виразів у множині дійсних чисел:

1) $\frac{(6,25-3,75) \cdot 0,8}{(4-2,75):6,26}$; 2) $\frac{(2,5+0,75):3,75}{(40-38,8) \cdot 5}$.

8. №7 [4, с. 466]. Сформулювати умови задачі, які розв’язуються за допомогою числових виразів:

1) $25 \cdot 7 + 20 \cdot 8$; 3) $80 - 12 \cdot 5$;
2) $28 : (3 + 4)$; 4) $(24 \cdot 5 + 12 \cdot 7) : (5 + 7)$.

9. №9 [4, с. 466]. Записати висловлення, скориставшись одним із знаків “>”, “<”, “≥” “≤”, та встановити їх логічні значення:

1) – 2 не менше – 3; 3) – 5 більше – 8;
2) 5 більше 8; 4) 6 не більше 8.

10. №10 [4, с. 466]. Сформулювати заперечення висловлень та встановити їх логічні значення:

1) $15 \geq 7$; 2) $3 + 5 = 4 \cdot 2$; 3) $3 \cdot 7 = 4 \cdot 5$;
4) $8 < 7$; 5) $30 \leq 40$; 6) $7 > 9$.

IV. Завдання для самостійного опрацювання

1. Теоретичні питання. Вирази із змінною. Тотожності. Рівняння з однією змінною та їх властивості.

2. Практичні завдання.

1) №391 [8, с.77]. Пропливши на човні 9 км проти течії річки, турист вернувся назад на плоті. Скільки часу він затратив на всю мандрівку, якщо відомо, що швидкість човна в стоячій воді дорівнює 6 км/год, а швидкість течії річки – 2 км/год?

2) №392 [8, с.77]. Є запас сіна, який складено в 10 копиць, по 450 м³ кожний, і в 15 копиць – по 540 м³. Маса 1 м³ сіна становить 52 кг. На яку кількість корів вистачить цього сіна, якщо денна норма для однієї корови становить 10 кг сіна, а період годівлі сіном – 180 днів?

3) №393[8, с.77]. Придумайте задачі, які розв'язуються за допомогою числових виразів:

а) $127 - (13 \cdot 3 + 12 \cdot 5)$;

в) $(36 : 3) + 4$;

б) $300 : (60 + 40)$;

г) $((30 : 6) \cdot 5) \cdot 8$;

д) $24 : (9 - 3) - 24 : (9 + 3)$.

Тема 2. Вирази із змінною. Тотожність. Рівняння з однією змінною та їх властивості

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Вирази із змінними та їх основні характеристики.
2. Види виразів із змінною.
3. Тотожно рівні вирази.
4. Тотожності.
5. Тотожні перетворення.
6. Рівняння з однією змінною як предикат та його основні характеристики.
7. Означення рівносильності рівнянь з однією змінною.
8. Властивості рівнянь з однією змінною.

9. Лінійні рівняння з однією змінною та їх розв'язування.
Рівняння першого степеня.

10. Квадратні рівняння та їх розв'язування.

III. Задачі для розв'язування

1. №12 [4, с.466]. – усно:

Які записи є числовими виразами, а які виразами із змінними:

1) $3x + 4$;

3) $3 \cdot 5 + 12 : 2$;

2) $6 - 2x = 3$;

4) $3x + 2y$?

2. № 13 (1 – 3) [4, с.466]. Знайти області визначення виразів:

1) $\frac{2}{x^2 - 4x + 3}$; 2) $\sqrt{x^2 - x - 2}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$.

3. №15 (3) [4, с.467]. Спростити вираз:

$$\frac{x}{ax - 2a^2} - \frac{2}{x^2 + x - 2ax - 2a} \cdot \left(1 + \frac{3x + x^2}{x + 3}\right).$$

4. №17 (2,3) [4, с.467]. Довести тотожності:

1) $(x - y) \cdot (x + y)^3 = x(x - 2y)^3 + y(2x - y)^3$.

2) $x(y + z)^2 + y(z + x)^2 + z(x + y)^2 - 4xyz = (x + y)(y + z)(x + z)$.

5. Не розв'язуючи рівнянь, вказати, на яких множинах і на основі яких тверджень вони рівносильні:

а) $x + 3 = 1$ і $(x + 3) + (x - 1) = 1 + (x - 1)$;

б) $x + 3 = 1$ і $x + 3 + \frac{1}{x - 1} = 1 + \frac{1}{x - 1}$;

в) $x + 3 = 1$ і $(x + 3) \cdot (x - 1) = x - 1$;

г) $x + 3 = 1$ і $\frac{x + 3}{x - 1} = \frac{1}{x - 1}$.

6. № 23 (2,3) [1, с. 468]. Розв'язати рівняння на основі залежності між компонентами і результатами операцій:

$$12 - (30 - 8,5 : (2,75 - 0,6x)) \cdot \frac{27}{56} = 3;$$

$$3 \frac{2}{15} : ((2,7x + 4,2) : 21 \frac{3}{7}) \cdot 1 \frac{1}{8} = 5 \frac{7}{8}.$$

7. № 421 [8, с.81]. Тонка мотузка на 12 м довша за товсту. Коли від кожної із них відрізали по 16 м, тонкої мотузки

залишилось в 3 рази більше, ніж товстої. Скільки метрів тонкої мотузки залишилось?

8. № 422 [8, с.81]. В одній бочці на 5л бензину більше, ніж в другій. Коли в першу долити 10л, а в другу – 35л, то в другій стане в два рази більше бензину, ніж в першій. Скільки бензину було в двох бочках?

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання.

Нерівності з однією змінною, їх системи і сукупності.

2. Практичні завдання.

№ 17 (1, 4) [4, с.467]. Довести тотожності:

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax - by)^2 = (ay + bx)^2;$$

$$2(2x - y)^3 - 27xy^2 = (x - 2y)(4x + y)^2.$$

№23 (1) [4, с. 468]. Розв'язати рівняння на основі залежності між компонентами і результатами операцій:

$$((6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot x) \cdot 0,2 + 0,15) : 0,02 = 200.$$

№ 423 [8, с.82]. Автобус пройшов відстань між двома селами за 1,8 год. Якщо цю швидкість збільшити на 9 км/год, то цей же шлях він пройде за 1,5 год. З якою швидкістю їхав автобус?

№ 424 [8, с.82]. На одному складі 500т вугілля, а на другому – 600 т. Перший склад щоденно відпускає 9т, а другий – 11т вугілля. Через скільки днів вугілля на складі стане порівно?

Тема 3. Нерівності з однією змінною, їх системи і сукупності

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Означення нерівності з однією змінною як предиката та її основні характеристики.

2. Означення рівносильності нерівностей.
3. Властивості нерівностей з однією змінною та наслідки з них.
4. Означення лінійної нерівності та її виду нерівності першого степеня.
5. Сукупність нерівностей з однією змінною, область її визначення та множина розв'язків.
6. Системи нерівностей з однією змінною, область їх визначення та множина розв'язків.
7. Рівносильність систем нерівностей з однією змінною.
8. Властивості систем нерівностей з однією змінною.

III. Задачі для розв'язування

1. Не розв'язуючи нерівності, вказати, на яких множинах і на основі яких властивостей вони рівносильні:

а) $2x + 1 < 3$ і $(2x + 1) + (x - 1) < 3 + (x - 1)$;

б) $2x + 1 < 3$ і $(2x + 1) + \frac{1}{x-1} < 3 + \frac{1}{x-1}$;

в) $2x + 1 < 3$ і $(2x + 1) + \frac{1}{x-1} > 3 + \frac{1}{x-1}$;

г) $2x + 1 < 3$ і $(2x + 1) \cdot (x - 1) < 3 \cdot (x - 1)$;

д) $2x + 1 < 3$ і $(2x + 1) \cdot (x - 1) > 3 \cdot (x - 1)$;

е) $2x + 1 < 3$ і $\frac{2x+1}{x-1} < \frac{3}{x-1}$;

є) $2x + 1 < 3$ і $\frac{2x+1}{x-1} > \frac{3}{x-1}$.

2. № 27 (1, 2, 5) [4, с. 469]. Розв'язати нерівності:

$$\frac{7x-6}{3x-4} < 2;$$

$$2x^2 + 6x - 6 \geq 3x^2 - 2x + 6;$$

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 2x - 8} \geq 0.$$

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання.

1. Рівняння та нерівності з двома змінними, їх системи та сукупності.

2. Практичні завдання.

1) № 26 [4, с. 469]. Не розв'язуючи нерівності, вказати, на яких множинах і на основі яких тверджень, вони рівносильні:

$$1) x + 3 > 2 \quad \text{і} \quad \frac{x+3}{x+1} > \frac{2}{x+1};$$

$$2) x - 4 \leq 3 \quad \text{і} \quad \frac{x-4}{x-3} \geq \frac{3}{x-3};$$

$$3) x + 5 \geq 3 \quad \text{і} \quad x + 5 + \frac{1}{x+3} \geq 3 + \frac{1}{x+3};$$

$$4) x - 1 > 5 \quad \text{і} \quad (x - 1)(x + 1) < 5(x + 1).$$

2) № 27 (2, 4, 6) [4, с. 469]. Розв'язати нерівності:

$$\frac{9x+14}{x+5} \geq 4;$$

$$x^2 - 5x + 11 < 2x^2 - 7x + 3;$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x + 10} < 0.$$

Тема 4. Рівняння і нерівності з двома змінними, їх системи і сукупності

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Означення рівняння з двома змінними як предиката та його основні характеристики.
2. Графік рівняння з двома змінними. Означення рівняння лінії.
3. Рівняння кола.
4. Означення нерівності з двома змінними, її основні характеристики.

5. Системи і сукупності рівнянь та нерівностей з двома змінними і множини їх розв'язків.

6. Способи розв'язування систем і сукупностей рівнянь та нерівностей з двома змінними.

III. Практичні завдання

1. Написати рівняння кола з центром $C(-2, 1)$ і радіусом $r = 4$ та накреслити його. ($C(3, -2)$ і $r = 5$).

2. Показати, що дані рівняння є рівняннями кола, знайти їх центр і радіус:

а) $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$;

б) $x^2 + y^2 - 4y - 12 = 0$;

в) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$;

г) $x^2 + y^2 + 10x + 2y - 23 = 0$.

3. Розв'язати системи рівнянь:

1)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5; \\ 4x + y = 11. \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x - y = 8; \\ x \cdot y = 20. \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}; \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}; \\ x^2 - y^2 = 8. \end{cases}$$

4. Розв'язати графічно систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 25; \\ 4y = 3x. \end{cases}$$

5. Розв'язати задачі:

а) Два автомобілі, легковий і вантажний, виїжджають одночасно із одного міста в інше. Легковий автомобіль проходить на 15 км/год більше, ніж вантажний і встигає приїхати на 1 год раніше, ніж вантажний. Відстань між містами 180 км. Скільки кілометрів за годину проїздить кожний автомобіль?

б) Із міст A і B , відстань між якими 180 км, відправляються назустріч один одному два поїзди. Після зустрічі поїзд, який вийшов із A , прибув до B через 2

години, а другий прибув до А через $4\frac{1}{2}$ год. Знайти швидкість кожного з поїздів.

7. Розв'язати графічно систему нерівностей:

а)
$$\begin{cases} 4x + 3 \geq 5y; \\ y + 4x > x^2 - 5. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq y; \\ x^2 + y^2 + 4y < 41 + 4x. \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 3y + 19 > 2x; \\ 2y + x^2 \leq 4x - 6. \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 - 6x; \\ 7y + 14 > 3x. \end{cases}$$

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання. Числові функції шкільного курсу математики.

2. Практичні завдання.

1) №24 (3, 4) [4, с. 468] Розв'язати рівняння та системи рівнянь:

а)
$$\frac{x+4}{x^3-64} + \frac{2}{x^2-8x+16} = \frac{3}{x^2+4x+16};$$

б)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5; \\ 2x - 5y = 4. \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x - y = 2; \\ 3x^2 + 2xy + 5y^2 = 6. \end{cases}$$

2) Розв'язати графічно систему нерівностей:

а)
$$\begin{cases} 2x + 5y > 6; \\ 21 - 5y \geq x^2 + 4x. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3x + 5y \leq 4; \\ x^2 + y^2 + 6y \leq 23 + 4x. \end{cases}$$

3) №25 (3, 4) [4, с. 468] Розв'язати задачі алгебраїчним методом:

1) Члени шкільного гуртка натуралістів відправилися на катері для збирання лікарських рослин. Пропливши за течією 35 км, вони зробили зупинку на 3 год, після чого повернулися назад. Знайти швидкість катера в стоячій воді, якщо вся подорож тривала 7 год, а швидкість течії річки 3 км/год.

2) Бак для води наповнюється двома трубами за 2 год 55 хв. Перша труба може наповнити його на 2 год швидше, ніж друга. За який час кожна з труб окремо може наповнити

бак?

3) Два робітники повинні виконати деяку роботу за 12 днів. Після 8 днів спільної роботи один із них дістав нове завдання, а тому другий робітник закінчив виконання частини роботи, що залишилася, за 7 днів. За скільки днів кожний із робітників може виконати роботу, працюючи окремо?

Тема 5. Числові функції шкільного курсу математики

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Поняття числової функції та її основні характеристики.
2. Задання числових функцій.
3. Поняття складних, обмежених та парних і непарних функцій.
4. Означення послідовності.
5. Означення функції прямої пропорційності та лінійної функції.
6. Означення функції оберненої пропорційності.

III. Задачі для розв'язування

1. № 115 [8, с.174]. Які з наведених нижче величин знаходяться в прямо пропорціональній або обернено пропорційній залежності:

- 1) кількість товару і його вартість при постійній ціні;
- 2) час і пройдена відстань при постійній швидкості в умовах рівномірного прямолінійного руху;
- 3) швидкість рівномірного прямолінійного руху і часу, необхідного для проходження певної відстані;
- 4) швидкість рівномірного руху і пройденого шляху за певний проміжок часу;
- 5) довжина сторони квадрата і його площа;

- 6) довжина і ширина прямокутника при заданій площі;
- 7) діаметр кола і його довжина;
- 8) довжина сторони квадрата і його периметр.

2. Встановити, в якій залежності знаходяться величини, що розглядаються в задачі і, якщо можливо, розв'язати різними способом.

а) Із пункту A в пункт B вийшов пішохід із швидкістю 5 км/год. На якій відстані від пункту B буде пішохід через 1, 2, 3, 4 год після свого виходу, якщо відстань між пунктами 22 км.

Зразок розв'язання. Позначимо буквою x час руху пішохода, а буквою y – відстань між пішоходом і пунктом B . Тоді за x годин пішохід пройде $5x$ км і буде знаходитися від пункту B на відстані $y = 22 - 5x$ (км). Отже, залежність між пройденою відстанню і часом руху має вид лінійної функції.

Якщо $x = 1$, то $y = 22 - 5 \cdot 1 = 17$, тобто через 1 год пішохід буде знаходитися від пункту B на відстані 17км.

Якщо $x = 2$, то $y = 22 - 5 \cdot 2 = 12$, тобто через 2 год пішохід буде знаходитися від пункту B на відстані 12км.

Якщо $x = 3$, то $y = 22 - 5 \cdot 3 = 7$, тобто через 3 год пішохід буде знаходитися від пункту B на відстані 7км.

б) Витрачаючи на виготовлення однієї деталі 30 хв, бригада виготовила за зміну 450 деталей. Скільки деталей буде за зміну виготовляти бригада після встановлення нового обладнання на якому на виготовлення 1 деталі витрачатиметься 15 хв.

в) На 10 га землі витратили для посіву 140 ц зерна. Скільки зерна треба, щоб засіяти 30га землі?

г) За 100 квт/год електроенергії заплатили 18 гривень. Скільки гривень треба заплатити за 50 квт/год. електроенергії?

д) При щоденному витрачанні 3 ц вугілля його запасів вистачить на 60 днів. На скільки днів вистачить вугілля, якщо його витрачати по 2 ц щодня?

е) Турист, рухаючись на мотоциклі з швидкістю 36 км/год., планував прибути в призначене місце через 3 год. Із-за неполадок він змушений був пересісти на велосипед і рухатись із швидкістю 12 км/год? Через скільки годин турист прибув у призначене місце?

є) Скільки треба шеститонних машин, щоб перевезти вантаж, який можуть перевезти 10 тритонних машини?

ж) Скільки треба восьмилітрових відер рідини, щоб наповнити бочку, яка вміщує шість шістнадцятилітрових відер рідини?

3. № 30 (2,4) [4,с. 470]. Знайти область визначення функції:

1) $y = \lg(x^2 + 3x - 10)$;

2) $y = \sqrt{\frac{x^2 + x + 5}{x + 1}}$.

4. № 31 (3,5) [4,с. 470]. Побудувати графіки функцій:

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 4;$$

$$y = |x - 2|.$$

5. № 452 [8, с.87]. Бригада повинна була виконати замовлення за 12 днів. Щоденно перевиконуючи норму на 25%, за 10 днів роботи вона не тільки виконала замовлення, та ще й виконала більше норми на 42 деталі. Скільки деталей у день виготовляла бригада?

6. № 453 [8, с.87]. Від пристані *A* відійшов катер за напрямом до пристані *B*. Через 40 хв після того від тієї ж пристані *A* відійшов моторний човен, швидкість якого на 6 км/год більша за швидкість катера. До пристані *B* моторний човен прибув на 10 хв пізніше, ніж катер. Відстань між пристанями дорівнює 90 км. Знайдіть швидкість катера і моторного човна.

7. № 455 [8, с.87]. Дачник, пройшовши першу годину зі швидкістю 3,5 км/год, розрахував, що, рухаючись з такою швидкістю, він запізниться на поїзд на 1 год. Шлях, що

залишився, він пройшов зі швидкістю 5км/год і прийшов на станцію за 30 хв до відправлення поїзда. Визначте, який шлях пройшов дачник.

8. № 456 [8, с.87]. Одна майстерня повинна пошити 810 костюмів, друга за цей же термін – 900 костюмів. Перша закінчила виконання замовлення за 3 дні, а друга – за 6 днів до терміну. По скільки костюмів у день шила кожна майстерня, якщо друга шила в день на 4 костюми більше, ніж перша?

9. № 25 (4) [1, с.468]. Розв'язати задачу алгебраїчним методом.

Два робітники повинні виконати певну роботу за 12 днів. Після 8 днів спільної роботи один із них дістав нове завдання, а тому другий робітник закінчив виконання частини роботи, що залишилася, за 7 днів. За скільки днів кожен із робітників може виконати роботу, працюючи окремо?

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання. Система геометричних понять шкільного курсу математики. Плоскі геометричні фігури. Задачі на побудову.

2. Практичні завдання.

1. №29 [4, с.469]. Вказати, які з нижче названих величин знаходяться в прямо пропорційній чи обернено пропорційній залежностях:

- 1) довжина прямокутника і його площа при постійній його ширині;
- 2) висота і об'єм прямокутного паралелепіпеда при постійній його площі основи;
- 3) добуток і один із його множників при постійному значенні другого множника;
- 4) знаменник і величина дробу при постійному значенні його чисельника;
- 5) чисельник і величина дробу при постійному значенні

його знаменника;

6) чисельник і знаменник дробу при постійному значенні дробу;

7) продуктивність праці робітників і тривалість роботи при постійному обсязі роботи;

8) довжина і ширина прямокутника при заданій його площі.

2. № 30 (1, 3) [4, с.470]. Знайти область визначення функцій:

$$y = \sqrt{x^2 + 3x - 10};$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 12}}.$$

3. № 38 [4, с. 539]. Встановити, які величини розглядаються в задачах, які відношення між ними, розв'язати задачі.

1) Скільки відер води треба вилити на город, який має форму прямокутника довжиною 24,6 м і шириною 16,75 м, щоб зросити його так, як зрошує дощ, що дає шар опадів товщиною 42 мм, якщо відро містить 12,3 дм³?

2) Два поїзди вийшли в різний час назустріч один одному з двох станцій, відстань між якими 700 км. Швидкість першого поїзда 55 км/год, а другого – 50 км/год. Перший поїзд, пройшовши 330 км, зустрівся з другим поїздом. На скільки часу один з них вийшов раніше другого?

3) Витрачаючи на виготовлення кожної деталі 30 хв, бригада випускала за зміну 620 деталей. Скільки деталей буде виготовляти бригада за зміну, якщо на виготовлення деталі вона затратить 25 хв? На скільки відсотків при цьому підвищиться продуктивність праці?

4. № 25 (2) [4, с.468]. Розв'язати задачу алгебраїчним методом.

Члени шкільного гуртка натуралістів відправилися на катері для збирання лікарських рослин. Пропливши за течією 35 км, вони зробили зупинку на 3 год, після чого

повернулися назад. Знайти швидкість катера в стоячій воді, якщо вся подорож тривала 7 год, а швидкість течії річки 3 км/год.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 1. Розв'язати графічно систему нерівностей:

1.
$$\begin{cases} 4x + 3 \geq 5y; \\ y + 4x > x^2 - 5. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3y + 19 > 2x; \\ 2y + x^2 \leq 4x - 6. \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 9; \\ x^2 + y^2 + 4y < 41 + 4x. \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 2x + 5y > 6; \\ 21 - 5y \geq x^2 + 4x. \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} 2x - 3y + 3 > 0; \\ x^2 + y^2 + 4y \leq 0. \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 6y + 5x \leq 42; \\ 2x + 4y > x^2 - 15. \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} 3x + 5y \leq 4; \\ x^2 + y^2 + 6y \leq 23 + 4x. \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} x + 5y + 21 \geq 0; \\ 3y + x^2 < 4x + 5. \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} x + 21 \geq 3y; \\ 4y > x^2 + 2x + 5. \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 - 6x; \\ 7y + 14 > 3x. \end{cases}$$

Зразок розв'язування. Розв'язати графічно систему нерівностей:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 16 - 6x; \\ 5y + 14 > 3x. \end{cases}$$

Графічним розв'язком першої нерівності буде множина точок площини, які знаходяться всередині кола, заданого рівнянням:

$$x^2 + y^2 = 16 - 6x.$$

Знайдемо центр цього кола O і його радіус r :

$$(x^2 - 6x + 9) - 9 + (y - 0)^2 = 16$$

$$(x - 3)^2 + (y - 0)^2 = 25$$

Отже: $O(3;0)$, $r^2=25$, тобто $r=5$.

Нерівність нестрога, тому точки кола належать множині графічних розв'язків нерівності і коло зображається суцільною лінією.

Розв'яжемо другу нерівність відносно змінної y :

$$5y > 3x - 14$$

$$y > \frac{3x-14}{5}$$

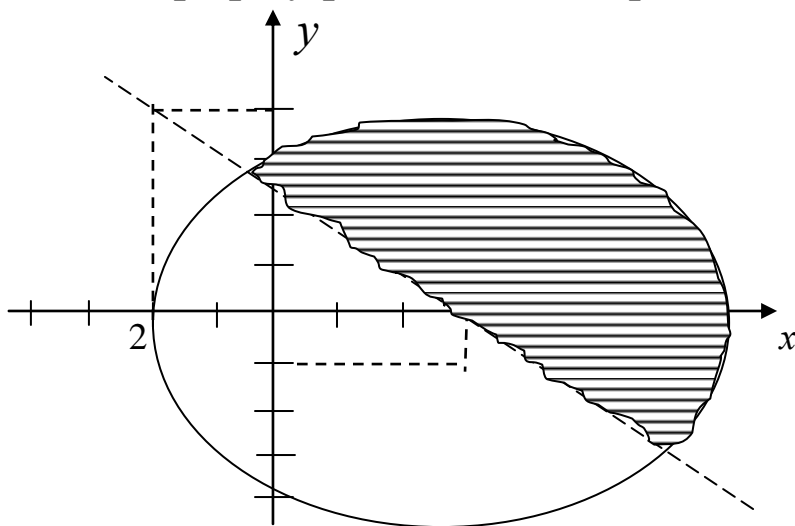
Графічним розв'язком другої нерівності буде множина точок півплощини, які знаходяться вище прямої лінії, яка задається рівнянням:

$$y = \frac{3x-14}{5}$$

Знайдемо координати 2 – х точок цієї прямої

x	y
3	-1
-2	4

Так як нерівність строга, то точки прямої не належать множині розв'язків нерівності і графік рівняння зображається пунктирною лінією. Розв'язками системи буде переріз одержаних двох множин, тобто множини точок площини, що знаходяться над прямою лінією і обмежені колом. На графіку розв'язки заштриховано.



Завдання 2. Знайти область визначення функції:

1. $y = \sqrt{x^2 + 3x - 10}$;

6. $y = \frac{1}{\lg(2x-3)}$;

2. $y = \lg(x^2 + 2x + 8)$;

7. $y = \sqrt{\frac{2x-1}{3x+2}}$;

$$3. y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 12}};$$

$$8. y = \lg \frac{3x - 7 - x^2}{5x + 2};$$

$$4. y = \lg (x^2 - 5x + 4);$$

$$9. y = \sqrt{\frac{x^2 + x + 5}{x + 1}};$$

$$5. y = \lg \frac{4x - 3}{x^2 + 3x + 1};$$

$$10. y = \sqrt{\frac{2x - 5}{4x - 9 - x^2}}.$$

Зразок розв'язування. Знайти область визначення функції $y = \lg \frac{4x - 3}{x^2 + 3x + 7}$.

Щоб знайти область визначення даної функції, треба знайти область визначення виразу $\lg \frac{4x - 3}{x^2 + 3x + 7}$.

Враховуючи, що логарифм десятковий, то, за означенням логарифма, при будь-якому дійсному значенні y , $10^y > 0$, тобто:

$$\frac{4x - 3}{x^2 + 3x + 7} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3 > 0 \\ x^2 + 3x + 7 > 0 \\ 4x - 3 < 0 \\ x^2 + 3x + 7 < 0 \end{cases}$$

Розв'яжемо першу систему $\begin{cases} 4x - 3 > 0 \\ x^2 + 3x + 7 > 0 \end{cases}$

Знайдемо розв'язки першої нерівності:

$$4x - 3 > 0 \Leftrightarrow 4x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}; \text{ тобто } x \in \left[\frac{3}{4}; +\infty \right[$$

Знайдемо розв'язки другої нерівності: $x^2 + 3x + 7 > 0$

Розв'язання квадратної нерівності зводиться до знаходження множини значень змінної x , при якій квадратний тричлен з додатним старшим коефіцієнтом у даному випадку він дорівнює 1) більший за нуль. Для цього знайдемо його дискримінант і корені, якщо вони існують:

$$D = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 17 = -19.$$

$D < 0$, а тому квадратний тричлен не має коренів, тому парабола, яка є його графіком, не має спільних точок віссю

Ox . Враховуючи, що її вітки спрямовані вгору, вона знаходиться вище осі Ox і тому при будь-якому дійсному числі x значення y , а значить і тричлена, буде додатнім, тобто більшим за 0.

Отже, $x \in]-\infty; +\infty[$

Так як розв'язком системи є переріз розв'язків кожної з її нерівностей, то її $x \in \left] \frac{3}{4}; +\infty \right[$.

2) Міркуючи аналогічно, розв'яжемо другу систему сукупності $\begin{cases} 4x-3 < 0 \\ x^2+3x+7 < 0 \end{cases}$.

Розв'язками першої нерівності системи буде проміжок $]-\infty; \frac{3}{4}[$. Враховуючи, що вітки параболи, яка задається тричленом $x^2 + 3x + 7$, спрямовані вгору і сама парабола знаходиться вище осі Ox , то не існує дійсного числа x , при якому значення y , а значить і квадратного тричлена було від'ємним, тобто меншим за 0. Отже, $x \in \emptyset$. Тоді перерізом розв'язків нерівностей системи буде теж порожня множина. Тому $x \in \emptyset$.

3) Виходячи з того, що розв'язком сукупності систем нерівностей є об'єднання розв'язків кожної системи, що входять до неї, то розв'язком сукупності, а значить і областю визначення функції $y = \lg \frac{4x-3}{x^2+3x+7}$ буде $x \in \left] \frac{3}{4}; +\infty \right[$

$$\cup \emptyset = \left] \frac{3}{4}; +\infty \right[.$$

$$\text{Відповідь: } x \in \left] \frac{3}{4}; +\infty \right[$$

Завдання 3. Побудувати графіки функції:

$$1. y = \frac{1}{2}x^2 + x + 2;$$

$$6. y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 4;$$

$$2. y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1;$$

$$7. y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2;$$

$$3. y = \frac{1}{3}x^2 - 4x - 8;$$

$$8. y = 2x^2 - 4x + 5;$$

$$4. y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3;$$

$$9. y = 3x^2 + 6x + 1;$$

$$5. y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 4;$$

$$10. y = 2x^2 + 8x + 5.$$

Зразок розв'язування. Побудувати графік функції $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

Перетворимо спочатку вираз $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1 &= \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 3) = \frac{1}{3}(x^2 - 2 \cdot 3x + 9 - 9 + 3) \\ &= \frac{1}{3}((x - 3)^2 - 6) = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 2. \end{aligned}$$

А тому, $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 2$.

Отже, графік даної функції одержується з графіка функції $y = x^2$ так:

1) стискуємо параболу $y = x^2$ до осі Ox з коефіцієнтом $\frac{1}{3}$, отримаємо графік функції $y = \frac{1}{3}x^2$;

2) зсуваємо параболу $y = \frac{1}{3}x^2$ вздовж осі Ox на три одиниці вправо, одержуємо параболу $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2$, яку зсуваємо вздовж осі Oy на дві одиниці вниз. Парабола, яка отримується, і буде графіком $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 2$, а значить, і функції $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

Графіки функцій використовуються для розв'язування рівнянь. Один із графічних способів розв'язування рівнянь із однією змінною полягає в тому, що будують графіки функцій, які задаються виразами, котрі є лівою і правою

частинами рівнянь. Абсциси точок перетину одержаних графіків будуть розв'язками даного рівняння.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 7

Завдання 1. На основі залежності між компонентами і результатами операцій розв'язати рівняння:

$$1. ((6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot x) \cdot 0,2 + 0,15) : 0,02 = 200;$$

$$2. 66,6 : (5 + 3,2 : (1,6 - \frac{4}{15} \cdot x)) - 7,15 = 0,25;$$

$$3. 3\frac{4}{15} : ((2,75 \cdot x + 4,5) : 21\frac{3}{7}) - 1\frac{1}{8} = 5\frac{7}{8};$$

$$4. (3\frac{3}{4} - \frac{(5 - 1\frac{2}{3}x) \cdot 0,04}{0,15}) : \frac{2}{15} = 18\frac{5}{8};$$

$$5. 12 - (30 - 19,5 : (2,75 - 0,6 \cdot x)) \cdot \frac{23}{55} = 3;$$

$$6. 18\frac{3}{4} : (30 : (\frac{1,5}{2,4 \cdot x - 8,2} + 7,5)) = 1,5;$$

$$7. (6,2 + 3\frac{9}{16} : (\frac{2,75}{3,5 \cdot x - 4,5} - \frac{7}{24})) \cdot \frac{3}{38} = 1,2;$$

$$8. (3,25 - \frac{(6\frac{9}{16} - 2\frac{1}{2} \cdot x) \cdot 0,59}{0,75}) \cdot 6\frac{2}{3} = 15\frac{1}{9};$$

$$9. ((6\frac{3}{7} - \frac{0,75 \cdot x - 2}{0,35}) \cdot 2\frac{4}{5} - \frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}) : \frac{1}{20} = 135;$$

$$10. 0,24 : (\frac{(0,5 \cdot x - 1,8) \cdot 0,1}{0,025} + 1,2) = 0,01.$$

Зразок розв'язування. На основі залежності між компонентами і результатами операцій розв'язати рівняння:

$$((\frac{0,3x + 2,75 \cdot \frac{2}{3}}{4} + 5,625) : 18,25) : 2,5 = 0,2. \quad \left\{ 2,75 \cdot \frac{2}{3} = 2\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \right\}.$$

Щоб знайти невідоме ділене, треба частку 0,2 помножити на дільник 2,5.

$$0,2 \cdot 2,5 = 0,5;$$

$$\left(\frac{0,3x+1\frac{5}{6}}{4\frac{7}{7}}+5,625\right):18\frac{1}{4}=0,5.$$

2) Аналогічно, як у 1):

$$18\frac{1}{4}\cdot 0,5=18\frac{1}{4}\cdot \frac{5}{10}=\frac{73}{4}\cdot \frac{1}{2}=\frac{73}{8}=9\frac{1}{8};$$

$$\frac{0,3x+1\frac{5}{6}}{4\frac{7}{7}}+5,625=9\frac{1}{8}.$$

3) Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми $9\frac{1}{8}$ відняти відомий доданок 5,625.

$$9\frac{1}{8}-5,625=9\frac{1}{8}-5\frac{625}{1000}=9\frac{1}{8}-5\frac{5}{8}=8\frac{9}{8}-5\frac{5}{8}=3\frac{4}{8}=3\frac{1}{2};$$

$$\frac{0,3x+1\frac{5}{6}}{4\frac{7}{7}}=3\frac{1}{2}.$$

4) Аналогічно до 1):

$$\frac{4}{7}\cdot 3\frac{1}{2}=\frac{4}{7}\cdot \frac{7}{2}=2;$$

$$0,3x+1\frac{5}{6}=2.$$

5) Аналогічно до 3):

$$2-1\frac{5}{6}=1\frac{6}{6}-1\frac{5}{6}=\frac{1}{6};$$

$$0,3x=\frac{1}{6}.$$

6) Щоб знайти невідомий множник, треба добуток $\frac{1}{6}$ поділити на відомий множник 0,3:

$$\frac{1}{6}:0,3=\frac{1}{6}:\frac{3}{10}=\frac{1}{3}\cdot \frac{5}{3}=\frac{5}{9};$$

$$x=\frac{5}{9}.$$

Відповідь: $x=\frac{5}{9}$.

Завдання 2. Не розв'язуючи рівняння, вказати, на яких множинах і на основі яких тверджень вони рівносильні:

- | | | |
|------------------|---|--|
| 1. $x - 3 = 2$ | і | $x - 3 + \frac{1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2};$ |
| 2. $x - 2 = 4$ | і | $\frac{2x-4}{x-3} = \frac{8}{x-3};$ |
| 3. $x + 5 = 2$ | і | $(x + 5)(x - 4) = 2(x - 4);$ |
| 4. $x - 4 = 3$ | і | $x - 4 + \frac{1}{x-3} = 3 + \frac{1}{x-3};$ |
| 5. $x + 2 = 6$ | і | $\frac{2x+4}{x-7} = \frac{12}{x-7};$ |
| 6. $x + 7 = 3$ | і | $x + 7 - \frac{1}{x-1} = 3 - \frac{1}{x-1};$ |
| 7. $x + 10 = 13$ | і | $\frac{2x+20}{x+8} = \frac{26}{x+8};$ |
| 8. $2x + 3 = 9$ | і | $(2x+3)(x+5) = 9(x+5);$ |
| 9. $3x + 4 = 19$ | і | $\frac{3x+4}{19(x+5)} = \frac{1}{x+5};$ |
| 10. $4x - 3 = 1$ | і | $\frac{4x-3}{x+1} = \frac{1}{x+1}.$ |

Зразок розв'язування. Не розв'язуючи рівнянь,

$$x - 4 = 3 \text{ і } x^2 - 16 = 3(x + 4),$$

вказати, на яких множинах і на основі яких тверджень вони рівносильні.

Рівняння

$$x - 4 = 3 \text{ і } x^2 - 16 = 3(x + 4)$$

визначені на множині дійсних чисел R , тобто їх області визначення $M = R$. Якщо ліву частину $x^2 - 16$ другого рівняння записати $(x - 4)(x + 4)$, то воно набере вигляду:

$$(x - 4)(x + 4) = 3(x + 4).$$

Тепер неважко встановити, що друге рівняння одержане з першого рівняння шляхом множення обох його частин на вираз $x + 4$, який не дорівнює нулю на множині $M_1 =] - \infty, -4 [\cup] -4, + \infty [$, а не на множині R . Тому за теоремою 2 про рівносильність рівнянь приходимо до висновку, що дані рівняння будуть рівносильними на множині:

$$M_1 =] - \infty, -4 [\cup] -4, + \infty [= R \setminus \{ -4 \}$$

і нерівносильними на множині дійсних чисел R .

Завдання 3. Розв'язати задачі алгебраїчним методом.

1. Дві бригади зібрали разом 1456 ц жита. Перша бригада зібрала жито з 46 га, друга – з 35 га. Скільки центнерів жита в середньому збирала кожна бригада з одного гектара, якщо перша бригада збирала в середньому з одного гектара на 7 ц більше, ніж друга?

2. На годівлю 15 корів і 8 коней відпускається в середньому 162 кг сіна на день. Скільки сіна видавали щоденно кожному коню і кожній корові, якщо відомо, що на кожний день 5 коням видається на 3 кг більше, ніж 7 коровам?

3. На платформу були навантажені дубові та соснові колоди, всього 300 колод. Відомо, що всі дубові колоди важили на 1 т менше, ніж соснові. Визначити, скільки було соснових і дубових колод, якщо дубова важила 46 кг, а соснова – 28 кг.

4. Два майстри одержали за роботу 117 грн. Скільки одержав за день кожен з них, якщо відомо, що перший майстер працював 15 днів, а другий – 14 днів, і перший з них одержував за 4 дні на 11 грн більше, ніж другий за 3 дні?

5. На 10 грн. купили 8 кг груш першого сорту і 20 кг груш другого сорту. Яка вартість одного кілограма груш кожного сорту, якщо 5 кг груш першого сорту на 40 коп. дорожчі, ніж 7 кг другого сорту?

6. На середині шляху між станціями А і В потяг було затримано на 10 хв. Щоб прибути до станції В за розкладом, машиністу довелося збільшити початкову швидкість на 12 км/год. Знайти початкову швидкість потяга, якщо відстань між станціями дорівнює 120 км.

7. Члени шкільного гуртка натуралістів відправилися на катері для збирання лікарських рослин. Пропливши за

течією 35 км, вони зробили зупинку на 3 год, після чого повернулися назад. Знайти швидкість катера в стоячій воді, якщо вся подорож тривала 7 год, а швидкість течії річки – 3 км/год.

8. Швидкий потяг пройшов 400 км на одну годину швидше товарного. Яка середня швидкість кожного потяга, якщо швидкість товарного потяга на 20 км/год менша, ніж швидкого?

9. Колоні автомашин було дане завдання перевести із складу в річковий порт 60 т вантажу. У зв'язку з несприятливими погодними умовами на кожну автомашину довелося вантажити на 0,5 т менше, ніж передбачалося, а тому колону збільшили на 4 автомашини. Скільки автомашин було спочатку в колоні?

10. Одна ланка зібрала з своєї ділянки 875 ц пшениці, а друга з ділянки, меншої на 2 га, – 920 ц пшениці. Знайти врожайність пшениці в кожній ланці, якщо відомо, що з одного гектара в другій ланці зібрали на 5 ц більше, ніж у першій.

Зразок розв'язування. Розв'язати задачі алгебраїчним методом.

Відстань 36 км один із двох лижників пройшов за півгодини швидше, ніж другий. Швидкість першого лижника на 1 км/год більша, ніж другого. Визначити швидкість кожного лижника.

Швидкість другого лижника позначимо – x км/год, тоді $(x + 1)$ км/год – швидкість першого лижника. Відстань 36 км перший лижник проходить за $\frac{36}{x+1}$ годин, а другий – $\frac{36}{x}$ годин. Різниця в часі руху другого і першого лижників рівна $\frac{36}{x} - \frac{36}{x+1}$, а за умовою задачі вона становить півгодини. Отже, маємо рівняння:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+1} = \frac{1}{2},$$

в якому, згідно з умовою задачі, $x > 0$.

Для знаходження розв'язків рівняння виконаємо над ним перетворення:

$$72x + 72 - 72x = x^2 + x \Leftrightarrow x^2 + x - 72 = 0.$$

Одержали квадратне рівняння, коренями якого є дійсні числа -9 і 8 . Оскільки $x > 0$, то корінь рівняння -9 не буде розв'язком задачі. Таким чином, швидкість другого лижника 8 км/год, а першого $-8 + 1 = 9$ км/год.

Відповідь: 9 км/год, 8 км/год.

Завдання 4. Не розв'язуючи дані нерівності, вказати, на яких множинах і на основі яких тверджень вони рівносильні:

- | | | |
|-----------------|---|---|
| 1. $x+3>2$ | і | $\frac{x+3}{x+1} > \frac{2}{x+1};$ |
| 2. $x-2<5$ | і | $\frac{2-x}{x^2+4} > -\frac{5}{x^2+4};$ |
| 3. $x+5\geq 3$ | і | $x+5+\frac{1}{x-3} \geq 3+\frac{1}{x-3};$ |
| 4. $x+1\leq 4$ | і | $\frac{x+1}{x-3} \geq \frac{4}{x-3};$ |
| 5. $x-4\leq 3$ | і | $\frac{x-4}{x-5} \geq \frac{3}{x-5};$ |
| 6. $x-1\geq 5$ | і | $(x-1)(x+1) \leq 5(x+1);$ |
| 7. $2x+1\leq 7$ | і | $\frac{2x+1}{2x^2+5} \leq \frac{7}{x^2+5};$ |
| 8. $3x-2>7$ | і | $\frac{2-3x}{2x^2+5} < -\frac{7}{2x^2+5};$ |
| 9. $x+3>5$ | і | $\frac{x+3}{2x+1} < \frac{5}{2x+1};$ |
| 10. $7x-3>11$ | і | $\frac{7x-3}{3x+4} > \frac{11}{3x+4}.$ |

Зразок розв'язування: Не розв'язуючи нерівностей

$$3x + 2 > 5 \quad \text{і} \quad 3x + 2 + \frac{1}{x-6} > 5 + \frac{1}{x-6},$$

вказати, на яких множинах і на основі яких тверджень вони рівносильні .

Нерівність $3x + 2 > 5$ визначена на множині $M_1 =] - \infty; + \infty[$.

Нерівність $3x + 2 > 5 + \frac{1}{x-6}$, визначена всюди, де $x - 6 \neq 0$, тобто, коли $x \neq 6$. Отже, область її визначення є множина $M_2 =] - \infty; 6 [\cup] 6; + \infty [$. Оскільки $M_2 \subset M_1$, то перша нерівність буде також визначена на множині M_2 . Друга нерівність одержана з першої додаванням до обох її частин виразу $\frac{1}{x-6}$, який визначений на множині M_2 . За теоремою 1 про рівносильність нерівностей одержуємо, що дані нерівності будуть рівносильними на множині

$$M_2 =] - \infty; 6 [\cup] 6; + \infty [. \blacktriangleleft$$

Завдання 5. Розв'язати нерівність:

- | | |
|---|---|
| 1. а) $\frac{7x-6}{3x-4} < 2;$ | б) $x^2 + 11x + 14 \leq 2x^2 + 3x + 5;$ |
| 2. а) $\frac{2x-1}{x-4} < \frac{1}{2};$ | б) $2x^2 + 6x - 6 \geq 3x^2 - 2x + 6;$ |
| 3. а) $\frac{2x-1}{x-4} < \frac{1}{2};$ | б) $2x^2 + 6x - 6 \geq 3x^2 - 2x + 6;$ |
| 4. а) $\frac{18-x}{x-5} > -3;$ | б) $2x^2 + x + 17 \geq 3x^2 + 4x + 7;$ |
| 5. а) $\frac{9x+14}{x+5} \leq 4;$ | б) $x^2 - 2x + 8 < 2x^2 - 3x + 2;$ |
| 6. а) $\frac{26x+27}{5x+6} > 5;$ | б) $x^2 - 5x + 11 \geq 2x^2 - 7x + 3;$ |
| 7. а) $\frac{2x-15}{x-4} \leq -2;$ | б) $2x^2 - 5x + 9 < 3x^2 - 4x + 3;$ |
| 8. а) $\frac{13x+20}{4x+7} > 3;$ | б) $2x^2 - x + 17 \geq 3x^2 - 3x + 2;$ |
| 9. а) $\frac{11x+7}{4+x} \leq 5;$ | б) $x^2 - 7x + 17 < 2x^2 - 3x + 5;$ |
| 10. а) $\frac{43x+87}{6x+13} \leq 7;$ | б) $2x^2 + 9x + 9 < 3x^2 - 4x + 2.$ |

Зразок розв'язування: Розв'язати нерівність:

$$\frac{7x+12}{3x+8} \leq 2.$$

Областю визначення нерівності будуть всі дійсні числа, що задовольняють умову $3x + 8 \neq 0$. Зведемо нерівність до простішого виду, користуючись теоремами про рівносильність нерівностей та наслідками з них.

$$\frac{7x+12}{3x+8} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{7x+12-6x-16}{3x+8} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-4}{3x+8} \leq 0.$$

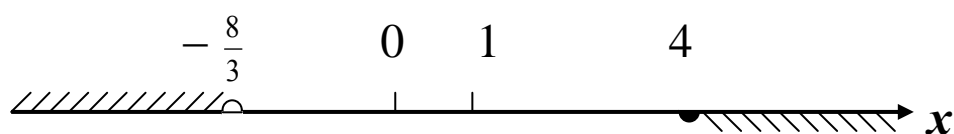
Одержана нерівність, на підставі залежності знаку частки від ділення двох довільних дійсних чисел, буде рівносильна сукупності систем нерівностей

$$\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 3x+8 < 0 \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x-4 \leq 0 \\ 3x+8 > 0 \end{cases}.$$

Щоб розв'язати сукупність систем нерівностей з однією змінною, потрібно розв'язати кожен нерівність системи. Після цього знайти переріз множин розв'язків нерівностей кожної системи, а потім об'єднати множини розв'язків систем нерівностей. Одержана множина і буде множиною розв'язків даної сукупності систем нерівностей.

$$\left[\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 3x+8 < 0 \end{cases} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \geq 4 \\ x < -\frac{8}{3} \end{cases} \right] \quad \text{і} \quad \left[\begin{cases} x-4 \leq 0 \\ 3x+8 > 0 \end{cases} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \leq 4 \\ x > -\frac{8}{3} \end{cases} \right].$$

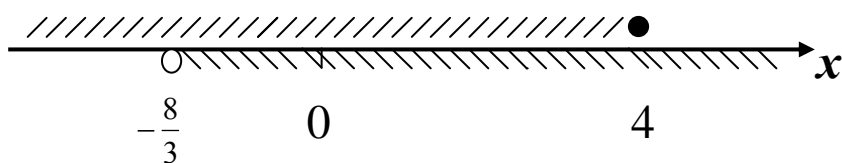
Для знаходження множини розв'язків першої системи сукупності зобразимо множину розв'язків кожної нерівності цієї системи на координатній прямій і знайдемо їх переріз, мал. 1.



Мал. 1

Звідси одержуємо, що множина розв'язків першої системи є порожньою. Аналогічно робимо і при

знаходженні множини розв'язків другої системи, мал. 2.



Мал. 2

Одержуємо, що множиною розв'язків другої системи є числовий проміжок $[-\frac{8}{3}; 4]$. Об'єднання знайдених множин буде числовим проміжком $[-\frac{8}{3}; 4]$.

Відповідь: $[-\frac{8}{3}; 4]$.

Розв'язати нерівність:

$$4x^2 - 10x + 7 < 6x^2 - x + 2.$$

Областю визначення даної нерівності є множина дійсних чисел R . Користуючись теоремами про рівносильність нерівностей та наслідками з них, задану нерівність можна спростити:

$$4x^2 - 10x + 7 - 6x^2 + x - 2 < 0 \Leftrightarrow -2x^2 - 9x + 5 < 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 9x - 5 > 0.$$

Одержали квадратну нерівність. Розв'язування її зводиться до знаходження множини значень змінної x , при якій квадратний тричлен з додатним старшим коефіцієнтом (у даному випадку коефіцієнт дорівнює 2) більший за нуль. Для цього знайдемо його дискримінант і корені, якщо вони існують:

$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 121 = 11^2$, $D > 0$, а тому квадратний тричлен має два дійсні і різні корені:

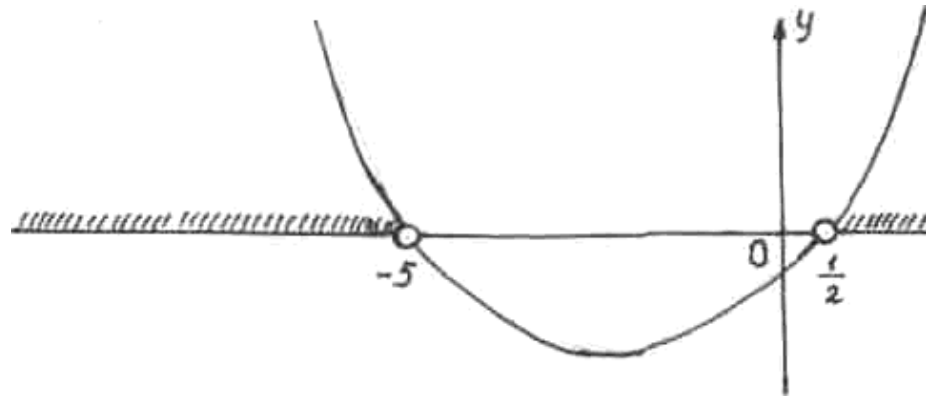
$$x_1 = \frac{-9-11}{2 \cdot 2} = -5 \quad \text{і} \quad x_2 = \frac{-9+11}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}.$$

Як відомо графіком квадратного тричлена є парабола, вітки якої спрямовані вгору, якщо старший коефіцієнт додатний, і яка перетинає вісь Ox у точках $x_1 = -5$ і $x_2 = \frac{1}{2}$.

Накреслимо схематично графік квадратного тричлена, мал. 3, і за його допомогою знайдемо множину значень змінної x ,

при якій він розміщений над віссю Ox . Ця множина і буде складати множину розв'язків даної нерівності.

Отже, множиною розв'язків даної нерівності є об'єднання двох числових проміжків $] - \infty; -5 [$ і $[\frac{1}{2}; +\infty [$. ◀



Мал.3

Розв'язати нерівність

$$2x^2 + 9x - 5 > 0$$

можна також на підставі залежності знаку добутку двох довільних дійсних чисел від множників. Для цього розкладемо квадратний тричлен $2x^2 + 9x - 5$ на лінійні множники:

$$2x^2 + 9x - 5 = 2(x + 5)(x - \frac{1}{2}) = (x + 5)(2x - 1).$$

Значить,

$$2x^2 + 9x - 5 > 0 \Leftrightarrow (x + 5)(2x - 1) > 0.$$

Одержана нерівність буде рівносильна сукупності систем нерівностей:

$$\begin{cases} x + 5 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x + 5 < 0 \\ 2x - 1 < 0. \end{cases}$$

Знайдемо їх розв'язки.

$$\begin{cases} x + 5 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < -5. \end{cases}$$

Таким чином, сукупність систем нерівностей має множиною розв'язків об'єднання двох числових множин $] - \infty; -5 [$

$$\infty; -5 \left[i \right] \frac{1}{2}; +\infty [.$$

Відповідь: $x \in] -\infty; -5 [\cup] \frac{1}{2}; +\infty [.$

ТЕСТИ

Рівняння і нерівності

1. Два числові вирази називаються рівними, якщо:

- а) рівні їх значення;*
- б) вони мають однакову кількість компонентів;*
- в) вони мають однакові компоненти;*
- г) вони містять однакові операції.*

2. Відношення рівності на множині числових виразів є:

- а) відношенням строгого лінійного порядку;*
- б) відношенням нестроного лінійного порядку;*
- в) відношенням еквівалентності;*
- г) відношенням строгого часткового порядку.*

3. Вказати неправильне твердження:

- а) $\forall A, B, C \in W : A = B \rightarrow A + C = B + C$;*
- б) $\forall A, B, C \in W : A = B \rightarrow A - C = B - C$;*
- в) $\forall A, B, C \in W : A + C = B \rightarrow A = B - C$;*
- г) $\forall A, B, C \in W : A + C = B \rightarrow A = B + C$, де A, B, C – числові вирази, а W – множина числових виразів.*

4. Запис чисел і операцій над ним, в якому за попередньою домовленістю відомий порядок виконання операцій над ними називається:

- а) числовою формою;*
- б) числовим виразом;*
- в) виразом із змінною;*
- г) значенням виразу.*

5. Числа виразу називаються:

- а) значенням виразу;*
- б) компонентами виразу;*
- в) аргументом;*
- г) числовою формою.*

6. Якщо в числовому виразі виконати всі зазначені операції, то одержане число називається:

- а) його значенням;*
- б) областю визначення;*
- в) областю значень;*
- г) його аргументом.*

7. Відношення «більше або рівно» (\geq) та «менше або рівно» (\leq) на множині числових виразів є відношеннями:

- а) еквівалентності;*
- б) строгого лінійного порядку;*
- в) строгого часткового порядку;*
- г) нестрогого лінійного порядку.*

8. Нерівності $A > B$ і $C > D$ є нерівностями:

- а) еквівалентності;*
- б) строгого лінійного порядку;*
- в) строгого часткового порядку;*
- г) нестрогого лінійного порядку.*

9. Нерівності $A \geq B$ і $C \leq D$ є нерівностями:

- а) еквівалентності;*
- б) строгого лінійного порядку;*
- в) строгого часткового порядку;*
- г) нестрогого лінійного порядку.*

10. Вказати неправильне твердження:

- а) $\forall A, B, C \in W : A = B \rightarrow A - B = 0$;*
- б) $\forall A, B, C \in W : A + C = B + C \rightarrow A = B$;*
- в) $\forall A, B, C, F \in W : (A = B) \wedge (C = F) \rightarrow (A + C = B + F)$;*
- г) $\forall A, B, C, F \in W : (A = B) \wedge (C = F) \rightarrow (A + B = C + F)$;*

11. Вказати неправильне твердження:

- а) $\forall A, B, C \in W : A = B \rightarrow AC = BC$;*
- б) $\forall A, B, C \in W : (AC = BC) \wedge (C \neq 0) \rightarrow (A = B)$;*
- в) $\forall A, B, C \in W : (AC = BC) \rightarrow (A = B)$;*
- г) $\forall n \in \mathbb{N} \forall A, B \in W : (A = B) \rightarrow A^n = B^n$;*

12. Відношення «більше» на множині виразів є відношенням:

- а) еквівалентності;*
- б) строгого лінійного порядку;*
- в) строгого часткового порядку;*
- г) нестрогого лінійного порядку.*

13. Вказати символічний запис означення відношення «більше» на множині числових виразів W :

- а) $\forall A, B \in W : A > B \Leftrightarrow v - a > 0$;
- б) $\forall A, B \in W : A > B \Leftrightarrow a : v$;
- в) $\forall A, B \in W : A > B \Leftrightarrow v > a$;
- г) $\forall A, B \in W : A > B \Leftrightarrow a > v$.

14. Підібрати кінцівку до твердження: «Відношення «менше» ($<$) є ...» так, щоб воно було істинним:

- а) протилежним до відношення «більше або дорівнює»;
- б) протилежним до відношення «менше або дорівнює»;
- в) оберненим до відношення «менше або дорівнює»;
- г) оберненим до відношення «більше».

15. Підібрати кінцівку до твердження: «Відношення «більше або дорівнює» (\geq) є ...» так, щоб воно було істинним:

- а) протилежним до відношення «менше»;
- б) протилежним до відношення «менше або дорівнює»;
- в) протилежним до відношення «більше або дорівнює»;
- г) оберненим до відношення «більше».

16. Запис

- $\begin{cases} 3 > 2 \\ 4 < 7 \end{cases}$ є записом:
- а) кон'юкції даних нерівностей;
 - б) диз'юнкції даних нерівностей;
 - в) імплікації даних нерівностей;
 - г) еквіваленції даних нерівностей.

17. Запис

- $\begin{cases} 3 > 2 \\ 4 < 7 \end{cases}$ є записом:
- а) кон'юкції даних нерівностей;
 - б) диз'юнкції даних нерівностей;
 - в) імплікації даних нерівностей;
 - г) еквіваленції даних нерівностей.

18. Вказати неправильне твердження:

- а) $\forall A, B \in W : (A = B) \wedge (A \neq 0 \wedge B \neq 0) \rightarrow (\frac{1}{A} = \frac{1}{B})$;
 - б) $\forall A, B, C, F \in W : (A = B) \wedge (C = F) \rightarrow AC = BF$;
 - в) $\forall A, B, C, F \in W : (A = B) \wedge (C = F) \rightarrow AB = CF$;
 - г) $\forall A, B, C \in W : (AC = BC) \wedge (C \neq 0) \rightarrow A = B$,
- де W – множина числових виразів.

19. Вказати хибне твердження:

- а) $\forall A, B, C, D \in W: (A > B) \wedge (C > D) \rightarrow A - C > B - D$;
 - б) $\forall A, B, C, D \in W: (A > B) \wedge (C < D) \rightarrow A - C > B - D$;
 - в) $\forall A, B, C, D \in W: (A > B) \wedge (C < D) \rightarrow C - A < D - B$;
 - г) $\forall A, B, C, D \in W: (0 > A > B) \wedge (0 > C > D) \rightarrow AC < BD$,
- де W – множина виразів.

20. Вказати хибне твердження:

- а) $\forall A, B, C \in W: (A > B) \wedge (C > 0) \rightarrow AC > BC$;
 - б) $\forall A, B, C \in W: (A > B) \wedge (C < 0) \rightarrow AC < BC$;
 - в) $\forall A, B, C \in W: (A > B) \wedge (C > 0) \rightarrow AC < BC$;
 - г) $\forall A, B, C \in W: (A > B) \wedge (C \neq 0) \rightarrow AC > BC$,
- де W – множина виразів.

21. Вказати хибне твердження:

- а) $\forall A, B, C, D \in W: (A > B > 0) \wedge (C > D > 0) \rightarrow (AC > BD)$;
 - б) $\forall A, B, C, D \in W: (0 > A > B) \wedge (0 > C > D) \rightarrow (AC < BD)$;
 - в) $\forall A, B \in W: (A > B) \wedge (AB > 0) \rightarrow \frac{1}{A} < \frac{1}{B}$;
 - г) $\forall n \in \mathbb{N} \forall A, B \in W: A > B \rightarrow A^n > B^n$,
- де W – множина виразів.

22. Підібрати правильну кінцівку до твердження:
«Відношення «менше або дорівнює» (\leq) є ...»

- а) об'єднанням відношень «менше» і «рівне»;
- б) протилежним до відношення «менше або рівне»;
- в) оберненим до відношення «більше або рівне»;
- г) об'єднанням відношень «більше» і «рівне».

23. Вказати хибне твердження:

- а) $\forall A, B \in W: A > B \Leftrightarrow B < A$;
 - б) $\forall A, B \in W: A > B \Leftrightarrow A - B > 0$;
 - в) $\forall A, B \in W: A < B \Leftrightarrow A - B < 0$;
 - г) $\forall A, B \in W: A > B \Leftrightarrow A \cdot B > 0$,
- де W – множина виразів.

24. Вказати хибне твердження:

- а) $\forall A, B, C \in W: A > B \rightarrow A \pm C > B \pm C$;

31. Якщо на множині M задано вирази $f(x)$ і $g(x)$ з однією змінною, то предикат виду $f(x) = g(x)$, для якого треба знайти область істинності, називається:

- а) числовою формою;
- б) виразом з однією змінною;
- в) рівнянням з однією змінною;
- г) числовою рівністю.

32. Область істинності предиката, що задає рівняння, називається:

- а) коренем рівняння;
- б) множиною розв'язків рівняння;
- в) множиною значень;
- г) областю визначення рівняння.

33. Число з множини розв'язків рівняння називається:

- а) коренем рівняння;
- б) значенням змінної;
- в) множиною значень;
- г) областю визначення рівняння.

34. Два вирази із спільною областю визначення, що мають рівні значення при одному і тому ж значенні змінної, називаються:

- а) тотожними;
- б) тотожністю;
- в) рівносильними;
- г) тотожно рівними.

35. Відношення тотожної рівності виразів є відношенням:

- а) строгого лінійного порядку;
- б) еквівалентності;
- в) строгого часткового порядку;
- г) нестроого лінійного порядку.

36. Два тотожно рівні вирази, з'єднані знаком рівності, називаються:

- а) тотожними;
- б) тотожністю;
- в) рівносильними;
- г) еквівалентними.

37. Системою рівнянь називається:

- а) диз'юнкція рівнянь;
- б) еквіваленція рівнянь;
- в) імплікація рівнянь;
- г) кон'юнкція рівнянь.

44. Розв'язки квадратного рівняння $ax^2 + vx + c = 0$ знаходяться за формулою:

$$a) x_{1,2} = \frac{v \pm \sqrt{D}}{2a}; \quad \text{в) } x_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{D}}{2a};$$

$$б) x_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{D}}{4a}; \quad \text{г) } x_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{D}}{a}.$$

45. Якщо на множині $M = M_x \times M_y$ задано два вирази $f(x,y)$ і $g(x,y)$, то предикат виду $f(x,y) = g(x,y)$, $(x,y) \in M$, для якого треба знайти область істинності, називається:

- а) виразом з двома змінними;
- б) тотожністю;
- в) рівнянням з двома змінними;
- г) рівнянням з однією змінною.

46. Якщо $D > 0$, то квадратне рівняння має:

- а) один розв'язок;
- в) не має розв'язків;
- б) два розв'язки;
- г) має більш як два розв'язки.

47. Квадратне рівняння $ax^2 + vx + c = 0$ називають зведеним, якщо:

- а) $v = 0$;
- в) $a = 1$;
- б) $c = 0$;
- г) $a = 0$ або $c = 0$.

48. Квадратне рівняння $ax^2 + vx + c = 0$ називають неповним, якщо:

- а) $a = 0$;
- в) $v = 0$ або $c = 0$;
- б) $v = 0$;
- г) $a = 0$ або $c = 0$.

49. Множиною розв'язків системи рівнянь є:

- а) переріз розв'язків рівнянь системи;
- б) об'єднання розв'язків рівнянь системи;
- в) переріз областей визначення рівнянь;
- г) об'єднання областей визначення рівнянь.

50. Множиною розв'язків сукупності рівнянь є:

- а) переріз розв'язків рівнянь системи;
- б) об'єднання розв'язків рівнянь системи;
- в) переріз областей визначення рівнянь;
- г) об'єднання областей визначення рівнянь.

51. Сукупність (система) рівнянь, що не має розв'язків, називається:

- а) несумісною;*
- б) сумісною;*
- в) тотожністю;*
- г) рівносильністю.*

52. Розв'язком рівняння з двома змінними називається:

- а) значення змінної;*
- б) область істинності предиката, що задає рівняння;*
- в) впорядкована пара чисел з множини його розв'язків;*
- г) область визначення рівняння.*

53. У прямокутній системі координат Oxy рівняння кола радіусом r і з центром у точці $C(a; b)$ може бути записане у вигляді:

- а) $x^2 + y^2 = r^2$;*
- б) $x^2 + y = r^2$;*
- в) $y = x^2 + bx + c$;*
- г) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.*

54. Рівняння кола з центром у початку координат має вигляд:

- а) $x^2 + y^2 = r^2$;*
- б) $x^2 + y = r^2$;*
- в) $y = x^2 + bx + c$;*
- г) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.*

55. Дві нерівності з однією змінною, визначені на множині M , називаються рівносильними, якщо:

- а) кожна з них є логічним наслідком іншої;*
- б) множина розв'язків однієї з них є власною підмножиною іншої;*
- в) вони не мають спільних розв'язків;*
- г) вони мають спільні розв'язки.*

56. Визначити хибні твердження:

- а) якщо до обох частин нерівності з однією змінною, визначеної на множині M , додати вираз, визначений на цій же множині, то одержиться нерівність того ж смислу, рівносильна заданій на множині M ;*
- б) якщо обидві частини нерівності з однією змінною, визначеної на множині M , помножити на вираз, який додатний для всіх чисел із множини M , то одержиться нерівність того ж самого смислу, рівносильна заданій на множині M ;*

в) якщо обидві частини нерівностей з однією змінною, визначеної на множині M , домножити на вираз, визначений на множині M , то одержимо нерівність того самого смислу, рівносильну даній;

г) якщо обидві частини нерівності з однією змінною, визначеної на множині M , помножити на вираз, який від'ємний для всіх чисел із множини M , і знак нерівності змінити на обернений, то одержиться нерівність, рівносильна заданій на множині M .

57. Функціональне відношення у множині дійсних чисел називається:

- а) відображенням;
- б) числовою функцією;
- в) числовою послідовністю;
- г) відношенням на множині.

58. Системи рівнянь із спільною областю визначення, у яких множини розв'язків збігаються, називаються:

- а) рівносильними;
- б) сумісними;
- в) несумісними;
- г) тотожними.

59. Якщо на множині M задано вирази $f(x)$ і $g(x)$, то предикати виду:

$$f(x) < g(x), f(x) > g(x),$$

$f(x) \leq g(x), f(x) \geq g(x)$, для яких потрібно знайти область істинності, називаються:

- а) виразами з однією змінною;
- б) числовими формами;
- в) нерівностями з однією змінною;
- г) сукупністю.

60. Множиною розв'язків нерівності з однією змінною називається:

- а) область визначення предиката, що задає нерівність;
- б) область істинності предиката, що задає нерівність;
- в) число, при якому перетворюється дана нерівність у числову нерівність;
- г) область визначення змінної.

61. Прямо пропорційною залежністю між змінними x і y називається відношення у множині дійсних чисел, при якому:

а) кожному дійсному числу x ставиться у відповідність дійсне число y , таке що $y = kx$, де $k \neq 0$ – задане дійсне число;

б) кожному дійсному числу x ставиться у відповідність дійсне число y , таке що $y = \frac{k}{x}$, де $k \neq 0$ – задане дійсне число;

в) кожному дійсному числу x відповідає не менше як одне значення y ;

г) повний образ елемента x складається тільки з одного елемента.

62. Обернено пропорційною залежністю між змінними x і y називається відношення у множині дійсних чисел, при якому:

а) кожному дійсному числу x ставиться у відповідність дійсне число y , таке що $y = kx$, де $k \neq 0$ – додане дійсне число;

б) кожному дійсному числу x ставиться у відповідність дійсне число y , таке що $y = \frac{k}{x}$, де $k \neq 0$ – задане дійсне число;

в) кожному дійсному числу x відповідає не менше як одне значення y ;

г) повний образ елемента x складається тільки з одного елемента.

63. Для функції $y = f(x)$, x називається:

а) залежною змінною;

в) незалежною змінною;

б) нейтральною змінною;

г) значенням функції.

64. Для функції $y = f(x)$, y називається:

а) залежною змінною;

в) незалежною змінною;

б) нейтральною змінною;

г) аргументом функції.

65. Залежність між двома додатними величинами, при якій із збільшенням (зменшенням) однієї з них у кілька разів

друга теж збільшується (зменшується) у стільки ж разів, називається:

- а) прямо пропорційною залежністю;*
- б) обернено пропорційною залежністю;*
- в) лінійною функцією;*
- г) квадратною функцією.*

66. Квадратним рівнянням називається рівняння виду:

- а) $ax_1 + vx_2 = ax_2 + vx_2$;*
- б) $a_1x + v_1 = a_2x + v_2$;*
- в) $ax^2 + vx + c = 0$, де $a \neq 0$;*
- г) $a_1x + v_1y = a_2x + v_2y$.*

67. Рівнянням першого степеня називається рівняння виду:

- а) $ax = v$;*
- б) $\frac{a}{x} = v$;*
- в) $ax^2 = v$;*
- г) $ax = y$.*

68. Квадратне рівняння має розв'язок, якщо:

- а) $D \geq 0$;*
- б) $D < 0$;*
- в) $a = 1$;*
- г) $c \neq 0$.*

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ VIII

(Елементи геометрії. Величини)

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

Тема 1. Система геометричних понять шкільного курсу математики. Задачі на побудову

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Короткі історичні відомості про виникнення геометрії.
2. Система геометричних понять шкільного курсу математики.
3. Плоскі геометричні фігури. Означення ламаної та її елементи.
4. Означення многокутника та його елементів.
5. Задачі на побудову. В чому полягає їх розв'язок?
6. Етапи розв'язання задач на побудову.
7. Які задачі на побудову можна виконати з допомогою тільки лінійки?
8. Які задачі на побудову можна виконати з допомогою тільки циркуля?
9. Які прості задачі можна розв'язати з допомогою двох інструментів: циркуля і лінійки?

III. Практичні завдання

1. №1 [4, с.498]. Що можна сказати про розміщення точок А, В і С, для яких $AB + AC = CB$?

2. №2 [4, с.498]. Як розміщені точки А, В і С, якщо:

- 1) $AB = 11\text{см}$, $BC = 8\text{ см}$ і $AC = 19\text{ см}$;
- 2) $AB = 11\text{см}$, $BC = 5\text{ см}$ і $AC = 6\text{ см}$;
- 3) $AB = 11\text{см}$, $AC = 7\text{ см}$ і $BC = 18\text{ см}$;
- 4) $AB = 11\text{см}$, $BC = 8\text{ см}$ і $AC = 20\text{ см}$;
- 5) $AB = 11\text{см}$, $BC = 8\text{ см}$ і $AC = 15\text{ см}$?

3. №5 [4, с.498]. Відрізок АВ поділено точками К, С, N,

Е на рівні відрізки. Скільки утворилося відрізків?

4. №8 [4, с.499]. Скільки прямих можуть перетинати відрізок у точці С під прямим кутом?

5. №23 [4, с.500]. Побудувати трикутник за стороною, кутом, прилеглим до неї, і бісектрисою даного кута.

6. №24 [4, с.500]. Побудувати прямокутний трикутник за медіаною та висотою, проведеними до гіпотенузи.

7. №25 [4, с.500]. Побудувати прямокутний трикутник за медіаною, проведеною до гіпотенузи, та сумою катета і гіпотенузи.

8. №12 [4, с.499]. Зовнішній кут трикутника 140° , один із внутрішніх кутів дорівнює 55° . Знайти інші кути трикутника.

9. №13 [4, с.499]. Висота, проведена до гіпотенузи, поділила її на відрізки, що дорівнюють 2 дм і 8 дм. Знайти катети трикутника.

10. №14 [4, с.499]. Катет дорівнює радіусу описаного кола навколо даного трикутника і становить 6 см. Знайти другий катет.

11. № 16 [4, с.499]. Кут між діагоналями рівнобедреної трапеції дорівнює 120° . Висота трапеції – 10 м. Знайти діагоналі трапеції.

12. № 17 [4, с.500]. У рівнобедреній трапеції проведено бісектриси кутів, прилеглих до більшої основи трапеції. Бісектриси перетинаються під кутом 135° . Бічні сторони трапеції продовжено до їх перетину. Під яким кутом перетинаються продовження бічних сторін?

13. № 18 [4, с.500]. Діагоналі ромба рівні 12 м і 18 м. Знайти сторони і висоти ромба.

14. № 19 [4, с.500]. Чи можуть сторони трикутника бути пропорційні числам 6, 5 і 1?

IV. Завдання для самостійної роботи

1. Теоретичні питання. Величини, їх вимірювання і види. Величини шкільного курсу математики.

2. Практичні завдання.

1. №3 [4, с.498]. Дано 5 точок, три з яких лежать по один бік від прямої, а дві інші – по інший бік. Дві довільні точки з'єднуються відрізком. Скільки всього є відрізків? Скільки серед них перетинають пряму?

2. №4 [4, с.498]. Незамкненою ламаною лінією сполучено 7 точок. Скільки ланок має ламана?

3. №6 [4, с.498]. Говорять, що відрізок перетинається з прямою, якщо вони мають лише одну спільну точку, яка є внутрішньою точкою відрізка. Чи можна провести відрізок CD , який би перетинав пряму a у випадках а), б), в)?



4. №7 [4, с.499]. Як потрібно розмістити три прямі на площині, щоб при їх перетині утворилося найбільша кількість відрізків?

5. №9 [4, с.499]. Точка A належить прямій a . Чи може ця точка належати іншим прямим площини?

6. №10 [4, с.499]. Чи будуть істинними твердження:

1) через будь-які дві різні точки площини завжди можна провести пряму і тільки одну;

2) через будь-які дві різні точки площини завжди можна провести лише одну ламану;

3) через будь-які дві різні точки площини можна провести безліч ліній?

7. №11 [4, с.499]. Один із суміжних кутів дорівнює 60° . Яка величина кута, що доповнює його до прямого?

8. №15 [4, с.499]. Схил даху 30° , ширина будівлі 6 м. Яка висота даху?

9. №20 [4, с.500]. Довести, що середини сторін рівнобедреного трикутника є вершинами рівнобедреного трикутника.

10. №8 [4, с, 537]. Побудувати квадрат, площа якого була б удвоє більша за площу даного квадрата.

Тема 2. Розв'язування задач із обґрунтуванням вибору операцій над величинами

I. Контроль та корекція виконання практичних завдань, що виносилися на самостійне опрацювання

II. Теоретичні питання

1. Поняття величини. Однорідні і неоднорідні величини.
2. Вимірювання величини. Еталон вимірювання. Латентні величини.
3. Види величин за способами їх вимірювання.
4. Означення додатної адитивно-скалярної величини.
5. Рівновеликі і прості величини.
6. Одиниці вимірювання величин: історичний аспект.
7. Довжина відрізка.
8. Площа фігури.
9. Способи вимірювання площ.
10. Поняття про об'єм тіла.
11. Маса тіла.
12. Час і проміжки часу.
13. Шлях і швидкість.
14. Товар, його кількість і вартість.

III. Практичні завдання

1. №1 [4, с. 537]. Точки А, В, С і D прямої розміщені так, що $AB = 1,5$ м, $BC = 0,25$ м, $CD = 0,75$ м. Знайти довжини відрізків АВ, ВС і CD, якщо за одиничний відрізок взяти:
1) відрізок АВ; 2) відрізок ВС.

2. №2 [4, с. 537]. Довжину стола виміряли спочатку в сантиметрах, а потім у дециметрах. У першому випадку одержали число на 108 більше, ніж у другому випадку. Знайти довжину стола.

3. №3 [4, с. 537]. Чи завжди прямокутники, в яких рівні площі, рівні між собою?

4. №5 [4, с. 537]. Чи збільшиться периметр квадрата в 2 рази, якщо в 2 рази збільшити довжину його сторони?

1. №7 [4, с. 537]. Знайти співвідношення між довжинами сторін прямокутника і квадрата, периметри яких рівні.

2. №13 [4, с. 537]. З п'яти прямокутників скласти квадрат площею 16 см^2 . Яка довжина кожного прямокутника, коли відомо, що ширина кожного з них дорівнює 1 см?

3. №15 [4, с. 537]. Які з тверджень істинні:

- 1) квадрати з рівними периметрами рівні;
- 2) квадрати з рівними площами рівні;
- 3) прямокутники з рівними периметрами рівні;
- 4) прямокутники з рівними площами рівні?

4. №17 [4, с. 538]. Знайти площу прямокутника, якщо відомо, що одна з його сторін 3 см, а периметр дорівнює 30 см.

5. №20 [4, с. 538]. Побудувати квадрат, рівновеликий прямокутнику.

6. №24 [4, с. 538]. Як поділити прямокутник на:

- 1) дві рівновеликі трапеції;
- 2) три рівновеликі трапеції?

7. №27 [4, с. 538]. Якщо квадратний метр розрізати на квадратні сантиметри і скласти одержані квадратні сантиметри в одну смужку сантиметрової ширини, то якої довжини буде смужка?

13. №4 [4, с. 537]. Побудувати прямокутники, що мають однакову довжину, але різну ширину. Скільки таких прямокутників може бути?

14. №6 [4, с, 537]. Якими одиницями доцільно вимірювати: 1) довжину стола; 2) довжину класної кімнати; 3) довжину клітинки в зошиті; 4) довжину шляху від Києва до Одеси?

15. №9 [4, с, 537]. Яким має бути трикутник із сторонами a і b , щоб його площа була найбільшою?

16. №10 [4, с, 537]. Якими натуральними числами можуть бути довжини сторін прямокутника, якщо його площа дорівнює 24 см^2 ?

17. №11 [4, с, 537]. Якими натуральними числами можуть бути довжини сторін прямокутника, якщо його периметр дорівнює 36 см ?

18. №12 [4, с, 537]. Скільки квадратів із стороною 12 см потрібно, щоб можна було скласти прямокутник довжиною 60 см і шириною 24 см ?

19. №14 [4, с, 537]. Скільки треба взяти квадратів із стороною 2 см , щоб скласти квадрат із стороною 6 см ?

20. №16 [4, с, 538]. Площа квадрата дорівнює 64 см^2 . Знайти сторони прямокутника, що мають таку ж саму площу.

21. №18 [4, с, 538]. Знайти сторони прямокутника, якщо його периметр 30 см , а площа – 36 см^2 .

22. №19 [4, с, 538]. Знайти довжину сторони і площу квадрата, периметр якого дорівнює $1,8 \text{ м}$.

23. №25 [4, с, 538]. Дано куб, довжина ребра якого дорівнює 4 см . Весь куб зафарбувати в червоний колір. Розрізати його в думці на кубики з довжиною ребра 1 см . Скільки буде кубиків? У скількох кубиків буде зафарбовано три грані?

24. №26 [4, с, 538]. Дано квадрат, площа якого дорівнює 36 см^2 . Яку довжину матиме сторона квадрата, площа якого дорівнює четвертій частині площі даного квадрата?

Тема 3. Підсумкове заняття. Самостійна робота

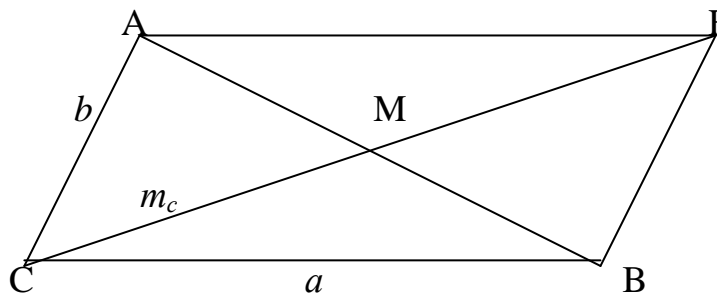
Завдання до самостійної роботи

Завдання 1. Розв'язати задачі на побудову з допомогою циркуля і лінійки.

1. Побудувати трикутник за двома сторонами і кутом проти однієї з них.
2. Побудувати ромб за його діагоналлю та висотою.
3. Побудувати трикутник за стороною та двома висотами, одна з яких проведена до даної сторони.
4. Побудувати трикутник за двома сторонами та медіаною до третьої сторони.
5. Побудувати ромб за його гострим кутом і висотою.
6. Побудувати трикутник за двома сторонами та висотою, проведеною до однієї з цих сторін.
7. Побудувати трикутник за двома сторонами та медіаною до однієї з них.
8. Побудувати трикутник за стороною та двома висотами, які проведені до двох інших сторін трикутника.
9. Побудувати трикутник за стороною та двома медіанами, які проведені до двох інших сторін трикутника.
10. Побудувати трикутник за кутом, прилеглою до нього стороною й висотою, яка опущена на дану сторону.

Зразок розв'язування. Побудувати трикутник за двома сторонами і медіаною до третьої сторони.

1. Аналіз задачі. Припустимо, що шуканий трикутник побудовано, тобто трикутник ABC такий, у якому $BC = a$, $AC = b$, і CM є медіаною, причому $CM = m_c$,



Якщо на півпрямій CM від точки M відкласти відрізок $MF = m_c$ і точку F з'єднати з вершинами A і B , то

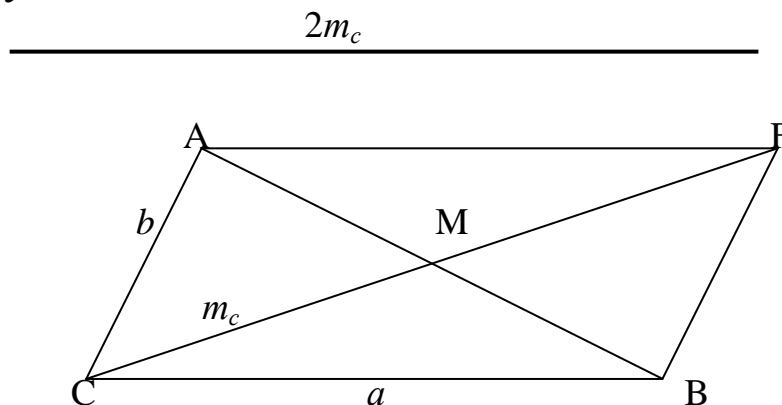
чотирикутник $ACBF$ буде паралелограмом, бо в нього діагоналі точкою перетину діляться навпіл. Отже, $BF = AC$ і трикутник BCF можна побудувати за трьома сторонами. Точку M , яка є серединою відрізка CF , знайти можна, а тому можна знайти і точку A . З аналізу задачі одержується план побудови.

2. Побудова. Нехай задані елементи шуканого трикутника будуть такими, як зображено на малюнку:

$$\begin{array}{cc} \overline{\overbrace{a}} & \overline{\overbrace{m_c}} \\ \underbrace{b} & \end{array}$$

1. Будуємо трикутник BCF , у якого $BC = a$, $CF = 2m_c$, $BF = b$.

2. Ділимо відрізок CF навпіл і знаходимо точку M . Проводимо півпрямую BM і на ній від точки M відкладаємо відрізок $MA = MB$, одержується третя вершина A шуканого трикутника.



3. Доведення. Через те, що в побудованому чотирикутнику $ACBF$ діагоналі точкою їх перетину M діляться навпіл, то він є паралелограмом. Отже, $AC = FB = b$, $CB = a$, точка M є серединою відрізка AB і $CM = \frac{1}{2}CF = \frac{1}{2} \cdot 2m_c = m_c$.

Тому трикутник ABC є шуканим.

4. Дослідження. Трикутник CBF можна побудувати за трьома сторонами тоді і тільки тоді, коли

$$|2m_c - b| < a < 2m_c + b. \quad (1)$$

При виконанні умови (1) трикутник CBF буде єдиним з

точністю до відношення рівності.

Середина відрізка CF завжди існує і визначається однозначно. Також однозначно визначиться і точка A .

Отже, якщо виконується умова (1), задача має розв'язок і при тому єдиний.

Завдання 2. Розв'язати задачу, встановивши, які величини в ній розглядаються, відношення між ними і які операції треба виконати над величинами для одержання відповіді.

1. Пароплав, рухаючись рівномірно, проходить відстань між двома пристанями за течією за 12 годин, а проти течії – за 15 годин. Знайти відстань між пристанями, якщо швидкість течії ріки 2,5 км/год.

2. Куб, ребро якого дорівнює 20 см, розрізали на кубики з ребром 1 см. Чому дорівнює площа поверхні кубиків? У скільки разів площа поверхні даного куба менша від площі поверхні кубиків?

3. Скільки відер води треба вилити на город, який має форму прямокутника завдовжки 24,6 м і завширшки 16,75 м, щоб зросити його так, як зрошує дощ, що дає шар опадів заввишки 42 мм, якщо відро містить $12,3 \text{ дм}^3/\text{літра}$?

4. Маса прямокутної залізної пластини дорівнює 2576 г, а довжина, ширина і товщина – відповідно 12,3; 8,4; 3,2 см. Знайти масу 1 см^3 заліза.

5. Змішано два сорти яблук по 60 коп. і по 30 коп. за 1 кг. Після змішування 1 кг суміші коштував 50 коп. Скільки кілограмів яблук кожного сорту було взято для суміші, якщо першого сорту було взято на 4 кг більше, ніж другого?

6. Розміри прямокутного паралелепіпеда 5; 4; 3 см. На скільки збільшиться об'єм паралелепіпеда, якщо кожний з його вимірів збільшити на 2 см?

7. Дерев'яний брусок довжиною 84 см, шириною 54 см і товщиною 2 см має масу 420 г. Яку масу має другий брусок такого самого матеріалу, якщо він в $1\frac{1}{7}$ раза довший, на 5 мм товщий, а ширина становить 0,8 ширини першого?

8. Стіна ванної кімнати облицьована білими квадратними плитками зі стороною, яка дорівнює 15 см. Довжина ванної кімнати 2,1 м, ширина – 1,8 м. Плитка укладена до висоти 1,65 м. Двері ванної кімнати мають ширину 75 см. Вартість усіх плиток 39 грн 19 коп. Скільки коштує одна плитка?

9. Мотоцикліст запланував проїхати відстань 90 км за певний час. Проїхавши 54 км, він повинен був зупинитися біля закритого шлагбаума на 5 хвилин. Продовжуючи рух, він збільшив швидкість на 6 км/год і прибув до місця призначення у визначений час. Знайти початкову швидкість мотоцикліста.

10. Два поїзди вийшли в різний час назустріч один одному з двох станцій, відстань між якими 700 км. Швидкість першого поїзда 55 км/год, а другого – 60 км/год. Перший поїзд, 330 км, зустрівся з другим поїздом. На скільки часу один з них вийшов раніше другого?

Зразок розв'язування. Турист пройшов відстань між містами за 12 год. За скільки годин проїде велосипедист у двічі більшу відстань, якщо буде рухатись у три рази швидше, ніж турист?

У задачі розглядаються такі величини, як шлях, швидкість і час. Шлях, пройдений об'єктом, дорівнює добутку його швидкості на затрачений час. Тому залежність між шляхом і часом прямо пропорційна. Якщо відстань збільшується у 2 рази, то на неї треба затратити часу при тій самій швидкості теж у 2 рази більше, тобто $12 \text{ год} \cdot 2 = 24 \text{ год}$. А так як між часом і швидкістю обернено пропорційна залежність, тому, рухаючись у 3 рази з більшою швидкістю, велосипедист затратить часу у тричі менше, тобто $24 : 3 = 8$ (год)

Відповідь: 8 год.

Завдання 3. (№ 1 – 3 ст. 114 – 119)

ТЕСТИ

Елементи геометрії

1. Первісними поняттями у шкільному курсі геометрії є:

а) множина, точка, лінія, кут, геометрична фігура, “безпосередньо іти за...” (слідувати за);

б) точка, пряма, площина, довжина відрізка, градусна міра кута, “належати...” (бінарне відношення), “лежати між...” (тернарне відношення);

в) відрізок, шлях, час, маса, більше, менше, рівно;

г) довжина відрізка, площа, геометрична фігура, знаходиться за, знаходиться на.

2. Вказати аксіому паралельності:

а) якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них проходить площина, і до того ж тільки одна;

б) на площині через точку, що не належить прямій, проходить не більше як одна пряма, що не перетинає дану пряму;

в) якщо дві прямі перпендикулярні третій прямій, то вони паралельні між собою;

г) якщо дві прямі паралельні третій прямій, то вони паралельні між собою.

3. Вказати аксіоми стереометрії:

а) яка б не була площина, існують точки, що належать цій площині і точки, що їй не належать;

б) на площині через точку, що не належить прямій, проходить не більше як одна пряма, що не перетинає дану пряму;

в) якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій;

г) якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них проходить площина, і до того ж тільки одна.

4. Вказати аксіоми відкладання відрізків і кутів:

а) кожний відрізок має певну довжину, більшу за нуль. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин відрізків, на якій

він розбивається будь-якою своєю внутрішньою точкою;

б) на будь-якій півпрямій від її початкової точки можна відкласти відрізок даної довжини, і тільки один;

в) від будь-якої півпрямой в даній півплощині можна відкласти кут із даною градусною мірою, меншою 180° , і тільки один;

г) хоч би який був трикутник, існує трикутник, що дорівнює йому в заданому розміщенні відносно даної прямої.

5. Вказати аксіоми належності точок і прямих:

а) хоч би яка була пряма існують точки, що належать їй, і точки, що не належать їй;

б) через будь-які дві різні точки проходить пряма і тільки одна;

в) з трьох різних точок прямої одна, і тільки одна, лежить між двома іншими;

г) пряма розбиває множину точок площини, що їй не належать, на дві підмножини, які називаються півплощинами, так, що відрізок, який з'єднує точки однієї півплощини, не перетинається з прямою, а відрізок, який з'єднує точки різних півплощин, перетинається з нею.

6. Вказати аксіоми розміщення точок на прямій і на площині:

а) хоч би яка була пряма існують точки, що належать їй, і точки, що не належать їй;

б) пряма розбиває множину точок площини, що їй не належать, на дві підмножини, які називаються півплощинами, так, що відрізок, який з'єднує дві точки різних півплощин, не перетинається з прямою, а відрізок, який з'єднує точки однієї півплощини, перетинається з нею;

в) з трьох різних точок прямої одна, і тільки одна, лежить між двома іншими;

г) пряма розбиває множину точок площини, що їй не належать, на дві підмножини, які називаються півплощинами, так, що відрізок, який з'єднує точки однієї

півплощини, не перетинаються з прямою, а відрізок, який з'єднує точки різних півплощин, перетинається з нею.

7. Вказати аксіоми вимірювання відрізків і прямих:

а) кожний відрізок має певну довжину, більшу за нуль. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин відрізків, на які він розбивається будь-якою своєю внутрішньою точкою;

б) кожний кут має певну градусну міру, більшу за нуль. Розгорнутий кут дорівнює 180° . Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами;

в) кожний кут має певну градусну міру. Розгорнутий кут дорівнює 360° ;

г) на будь-якій півпрямій від її початкової точки можна відкласти відрізок даної довжини, і тільки один.

8. Довільна непорожня множина точок називається:

а) площиною;

б) плоскою геометричною фігурою;

в) просторовою геометричною фігурою;

г) геометричною фігурою.

9. Фігура називається плоскою, якщо:

а) на ній можна провести пряму лінію;

б) дві будь-які її точки можна з'єднати відрізком;

в) якщо всі її точки належать одній площині;

г) якщо вона містить пряму.

10. Фігура називається просторовою, якщо:

а) не існує площини, якій би належали всі точки даної фігури;

б) дві будь-які її точки можна з'єднати відрізком;

в) якщо всі її точки належать одній площині;

г) якщо вона містить пряму.

11. Фігура, яка є об'єднанням не менше як двох відрізків $A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_{n-1} A_n$, кінці яких A_k ($k = 1, 2, \dots, n$) задовольняють умову: кожні три послідовні з них A_k, A_{k+1}, A_{k+2} не лежать на одній прямій, називається:

а) многокутником;

в) ламаною;

б) *многогранником;* г) *замкненою областю.*

12. Відрізки, з яких складається ламана, називаються:

а) *сторонами;* в) *гранями;*

б) *ланками;* г) *ребрами.*

13. Кінці відрізків, з яких складається ламана, називаються:

а) *сторонами;* в) *гранями;*

б) *ланками;* г) *вершинами.*

14. Якщо кінці ламаної збігаються, то вона називається:

а) *замкненою;* в) *многокутником;*

б) *простою;* г) *вгнутою.*

15. Якщо несуміжні ланки ламаної не мають спільних точок, то вона називається:

а) *замкненою;* в) *многокутником;*

б) *простою;* г) *вгнутою.*

16. Якщо всі ланки ламаної знаходяться по один бік від прямої, що містить будь-яку з них, то ламана називається:

а) *замкненою;* в) *опуклою;*

б) *простою;* г) *вгнутою.*

17. Замкнена ламана називається:

а) *опуклою;* в) *многокутником;*

б) *простою;* г) *вгнутою.*

18. Ланки ламаної у многокутника називаються:

а) *сторонами;* в) *гранями;*

б) *ланками;* г) *ребрами.*

19. Вершини ламаної у многокутнику називаються його:

а) *сторонами;* в) *гранями;*

б) *ланками;* г) *вершинами.*

20. Відрізок, який з'єднує дві несуміжні вершини многокутника, називається його:

а) *бісектрисою;* в) *діагоналлю;*

б) *медіаною;* г) *гіпотенузою.*

21. Многокутник називається правильним, якщо в нього:

а) *всі сторони рівні;* в) *всі сторони і кути рівні;*

б) *всі кути рівні;* г) *якщо він має центр симетрії.*

22. Вказати, які задачі, із наведених нижче, можна розв'язати за допомогою двох інструментів – циркуля і лінійки:

- а) побудувати трикутник за стороною і двома кутами;*
- б) побудувати трикутник за двома сторонами і кутом між ними;*
- в) побудувати кут, що дорівнює даному;*
- г) бісектрису кута.*

23. Вказати задачі, для розв'язання яких необхідні два інструменти – циркуль і лінійка:

- а) кут, вертикальний даному;*
- б) пряму, що проходить через задану точку і паралельну даній прямій;*
- в) перпендикуляр з даної точки до заданої прямої;*
- г) поділ відрізка на n рівних між собою частин.*

24. За допомогою тільки циркуля можна побудувати:

- а) коло довільного радіуса з центром у будь-якій точці;*
- б) середину відрізка;*
- в) коло довільного радіуса з центром у даній точці;*
- г) коло з даним радіусом і довільним центром.*

25. За допомогою тільки циркуля можна побудувати:

- а) коло з даним центром і даним радіусом;*
- б) серединний перпендикуляр;*
- в) відрізок, що дорівнює даному, на заданій прямій у даному напрямі;*
- г) кут, суміжний даному.*

26. Вказати, які задачі можна розв'язати за допомогою двох інструментів – циркуля і лінійки:

- а) суму двох відрізків;*
- б) різницю двох відрізків;*
- в) поділ відрізка навпіл;*
- г) поділ кута навпіл.*

27. Вказати, які задачі можна розв'язати за допомогою двох інструментів – циркуля і лінійки:

- а) побудувати дотичну до кола з точки поза ним;*

б) побудувати дотичну до кола в даній точці кола;
в) побудувати трикутник за двома сторонами і кутом, прилеглими до однієї з них;

г) побудувати трикутник за трьома сторонами.

28. За допомогою тільки лінійки можна побудувати:

а) довільну пряму;

б) відрізок заданої довжини;

в) довільну пряму, що проходить через задану точку;

г) пряму, що проходить через дві задані точки.

29. Множина точок простору, відстань від яких до даної точки не менша від заданого додатного числа, називається:

а) колом;

в) кругом;

б) околom цієї точки;

г) радіусом кола.

30. Якщо в будь-якому околі даної точки є точки, що належать і не належать фігурі, то дана точка називається:

а) внутрішньою;

в) центром;

б) межевою;

г) віссю симетрії.

31. Точка називається внутрішньою точкою фігури, якщо:

а) вона разом з деяким її околom належить цій фігурі;

б) в будь-якому її околі є точки, що належать і не належать фігурі;

в) вона належить поверхні цієї фігури;

г) вона є центром цієї фігури.

32. Множина всіх межових точок фігури називається її:

а) поверхнею;

б) тілом;

в) межею;

г) гранню.

33. Вказати необхідні умови того, щоб фігура була тілом:

а) щоб вона мала внутрішні точки;

б) вона була відкритою;

в) межа фігури належала їй;

г) будь-які дві точки фігури можна було з'єднати ламаною, всі точки якої, за винятком, можливо, кінців, були внутрішніми точками фігури.

34. Фігура, всі точки якої є внутрішніми, називається:

- а) замкненою; в) відкритою;
- б) закритою; г) необмеженою.

35. Якщо існує додатне число, таке, що відстань між довільними двома точками тіла менша від цього числа, то тіло називається:

- а) необмеженим; в) відкритим;
- б) обмеженим; г) закритим.

36. Обмежене тіло, поверхня якого складається зі скінченної кількості многокутників, називається:

- а) призмою; в) многогранником;
- б) прямокутним паралелепіпедом; г) пірамідою.

37. Многокутники, з яких складається поверхня многогранника, називаються:

- а) ребрами; в) гранями;
- б) сторонами; г) вершинами.

38. Многогранник, у якого дві грані, що називаються основами, – рівні між собою многокутники, в яких відповідні сторони паралельні, а інші грані – паралелограми, в кожного з яких дві сторони є відповідними сторонами основ, називається:

- а) пірамідою; в) кубом;
- б) паралелепіпедом; г) призмою.

39. Призма, бічні ребра якої перпендикулярні до основ, називається:

- а) паралелепіпедом; в) правильною;
- б) кубом; г) прямою.

40. Призма називається правильною, якщо:

- а) всі грані в неї рівні;
- б) всі її грані є правильними многокутниками;
- в) основами її є квадрат;
- г) вона пряма і в основі лежить правильний n -кутник.

41. Призма, в основі якої лежить паралелограм, називається:

- а) прямою; в) паралелепіпедом;

б) правильною; г) кубом.

42. Паралелепіпед називається прямим, якщо:

а) в основі його лежить прямокутник;

б) бічні ребра перпендикулярні до площини основи;

в) бічні ребра перпендикулярні до площини основи, яка є прямокутником;

г) всі ребра його рівні.

43. Паралелепіпед називається прямокутним, якщо:

а) в основі його лежить прямокутник;

б) бічні ребра перпендикулярні до площини основи, яка є прямокутником;

в) всі грані якого є рівними прямокутниками;

г) всі грані якого є рівними квадратами.

44. Вказати правильне твердження:

а) основи призми різні;

б) основами призми є паралелограми;

в) основи призми – правильні многокутники;

г) основи призми лежать в паралельних площинах.

45. Довжини трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї з його вершин, називаються його:

а) ребрами;

в) лінійними розмірами;

б) сторонами;

г) вимірами.

46. Прямокутний паралелепіпед, у якого всі ребра рівні між собою, називається:

а) кубом;

в) прямим;

б) правильним;

г) пірамідою.

47. Многогранник, у якого однією гранню є довільний многокутник, а іншими є трикутники, що мають спільну вершину, називається:

а) тілом Платона;

в) октаедром;

б) тетраедром;

г) пірамідою.

48. Піраміда називається правильною, якщо:

а) в основі її лежить правильний многокутник;

б) якщо її грані є правильними трикутниками;

в) якщо всі її грані рівні між собою;

г) якщо всі її ребра рівні між собою.

49. Тіло, яке утворюється в результаті обертання прямокутника навколо однієї з його сторін, називається:

- а) конусом;
- б) циліндром;
- в) сферою;
- г) призмою.

50. Твірною циліндра називається:

- а) відрізок, що з'єднує центри основ;
- б) перпендикуляр, опущений з однієї основи на іншу;
- в) перпендикуляр між основами, що належить його бічній поверхні;
- г) відрізок, що з'єднує дві точки різних основ і ділить вісь обертання циліндра навпіл.

51. Поверхня циліндра без кругів називається її:

- а) основою;
- б) твірною;
- в) апофемою;
- г) бічною поверхнею.

52. Перпендикуляр опущений з однієї основи циліндра на іншу, називається:

- а) твірною;
- б) висотою;
- в) апофемою;
- г) медіаною.

53. Перпендикуляр між основами циліндра, який належить його бічній поверхні, називається:

- а) основою;
- б) твірною;
- в) апофемою;
- г) висотою.

54. Круги, що входять до поверхні циліндра, називаються:

- а) гранями;
- б) ребрами;
- в) основами;
- г) бічною поверхнею.

55. Тіло, яке утворюється в результаті обертання прямокутного трикутника навколо одного з його катетів, називається:

- а) конусом;
- б) циліндром;
- в) сферою;
- г) призмою.

56. Круг, що входить до поверхні конуса, називається його:

- а) бічною поверхнею;
- б) твірною;
- в) апофемою;
- г) основою.

57. Відрізок, який лежить на поверхні конуса і з'єднує його вершину з основою, називається:

- а) висотою;*
- б) твірною;*
- в) апофемою;*
- г) діагоналлю.*

58. Сферою називається:

- а) тіло, яке утворюється при обертанні півкруга навколо його діаметра;*
- б) множина точок площини, відстань від яких до заданої точки дорівнює одному і тому ж числу;*
- в) множина точок простору, відстань від яких до заданої точки не перевищує деякого числа a ;*
- г) поверхня кулі.*

59. Сукупність правил, за допомогою яких встановлюється, яким способом, знаючи оригінал, одержати його зображення, називається:

- а) проектуванням;*
- б) проекцією;*
- в) методом зображення;*
- г) побудовою.*

60. Методи зображення (відображення) мають задовольняти такі умови:

- а) бути точними;*
- б) бути наочними;*
- в) за зображенням порівняно легко можна відновити розміри оригіналу з точністю до коефіцієнта подібності;*
- г) мати проектуючу пряму.*

61. При паралельному проєкціюванні зображенням кожної прямої, яка не паралельна проєктуючій прямій, є:

- а) пряма;*
- б) точка;*
- в) відрізок;*
- г) промінь.*

62. При паралельному проєкціюванні зображенням кожної прямої, яка паралельна проєктуючій прямій, є:

- а) пряма;*
- б) точка;*
- в) відрізок;*
- г) промінь.*

63. При паралельному проєкціюванні зображенням паралельних прямих, які не паралельні проєктуючій прямій, є:

- а) точки;*
- б) прями, що перетинаються;*
- в) паралельні прями;*
- г) промені.*

64. Відношення відрізків, що лежать на одній прямій або на паралельних прямих, при умові що ні пряма, ні паралельні прямі не паралельні проектуючій прямій:

- а) збільшується;*
- б) зменшується;*
- в) зберігається;*
- г) залежить від кута між проектуючою прямою і площиною проекції.*

Величини та їх вимірювання

1. Величини, які виражають одну і ту ж властивість, називаються:

- а) однорідними;*
- б) латентними;*
- в) скалярними;*
- г) неоднорідними.*

2. Величини, які виражають різні властивості, називаються:

- а) однорідними;*
- б) латентними;*
- в) скалярними;*
- г) неоднорідними.*

3. Відображення об'єктів, які мають властивість, або у множину дійсних чисел, або у множину за певним правилом побудованих числових сукупностей, називається:

- а) вимірюванням величини;*
- б) функцією;*
- в) відношенням між величинами;*
- г) масою.*

4. Властивість об'єкта, яку не можна виміряти, називають:

- а) латентною величиною;*
- б) однорідною;*
- в) скалярною;*
- г) тензорною.*

5. Величина, мірою якої є дійсне число, називається:

- а) векторною;*
- б) однорідною;*
- в) скалярною;*
- г) тензорною.*

6. Величина, мірою якої є кортежі дійсних чисел, називається:

- а) векторною;
б) однорідною;

- в) скалярною;
г) тензорною.

7. Величина, мірою якої є таблиця (матриця) дійсних чисел, називається:

- а) векторною;
б) однорідною;

- в) скалярною;
г) тензорною.

8. Величини, що допускають необмежене подрібнення, тобто їх можна скласти з частин, що попарно не перетинаються і є теж величинами, називаються:

- а) адитивно–скалярними величинами;
б) однорідними величинами;
в) неоднорідними величинами;
г) латентними величинами.

9. Серед нижче наведених властивостей величини вказати властивість нормованості:

- а) мірою еталона вимірювання є число 1 ($f(\varepsilon) = 1$);
б) міри еквівалентних об'єктів рівні при одному і тому ж еталоні вимірювання ($\forall \alpha, \beta \in M : \alpha \sim \beta \rightarrow f(\alpha) = f(\beta)$);
в) якщо існує сума двох об'єктів, то їх міра дорівнює сумі мір цих об'єктів при одному і тому ж еталоні вимірювання ($\forall \alpha, \beta \in M : \exists \alpha + \beta \in M \rightarrow f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$);
г) міра об'єкта α при новому еталоні вимірювання ε_1 дорівнює добутку міри старого еталона вимірювання ε при новому ε_1 і міри об'єкта α при старому еталоні вимірювання ε .

10. Серед тверджень а) – г) пункту 9 вказати властивість адитивності величини.

11. Серед тверджень а) – г) пункту 9 вказати властивість мультиплікативності величини.

12. Серед тверджень а) – г) пункту 9 вказати властивість інваріантності величини.

13. Серед нижченаведених тверджень вказати твердження, які, крім тих, що вказані у п. 9, відносяться теж до властивостей величини:

а) елементи α і β множини M , які мають рівні міри ($f(\alpha) = f(\beta)$), називаються рівновеликими;

б) якщо з того, що міри елементів рівні, слідує, що і самі елементи рівні, то величина проста;

в) на множині M визначене відношення еквівалентності, яке позначається символом “ \sim ”;

г) на множині M задане тернарне відношення “складається з”, за допомогою якого вводиться в множині M бінарна операція, можливо часткова, що називається додаванням і позначається символом “ $+$ ”.

14. Відображення множини M у множину додатних дійсних чисел ($f: M \rightarrow R_+$) при вибраному еталоні вимірювання ε називається:

а) мірою об'єкта; в) вимірюванням величини;

б) значенням величини; г) мультиплікативністю величини.

15. Число, яке відповідає елементу α при відображенні множини M у множину додатних дійсних чисел при вибраному еталоні вимірювання ε називається:

а) мірою об'єкта; в) вимірюванням величини;

б) значенням величини; г) мультиплікативністю величини.

16. Елементи α і β , які мають рівні міри ($f(\alpha) = f(\beta)$) при вибраному еталоні вимірювання, називаються:

а) рівними; в) рівновеликими;

б) простими; г) рівноскладеними.

17. Якщо з того, що міри елементів α і β рівні при вибраному еталоні вимірювання, слідує, що самі елементи еквівалентні ($\forall \alpha, \beta \in M : f(\alpha) = f(\beta) \rightarrow \alpha \sim \beta$), то величина називається:

а) складеною; в) рівноскладеною;

б) простою; г) рівновеликою.

18. Сукупність одиниць вимірювання різних величин, що ввійшли до вжитку, називається:

а) системою мір; в) метрологією;

б) системою одиниць; г) основою.

19. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “дека” означає утворити кратну їй множенням на:

- а) 10^1 ; б) 10^2 ; в) 10^3 ; г) 10^6 .

20. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “кіло” означає утворити кратну їй множенням на:

- а) 10^1 ; б) 10^2 ; в) 10^3 ; г) 10^6 .

21. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “гекто” означає утворити кратну їй множенням на:

- а) 10^1 ; б) 10^2 ; в) 10^3 ; г) 10^6 .

22. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “мега” означає утворити кратну їй множенням на:

- а) 10^1 ; б) 10^2 ; в) 10^3 ; г) 10^6 .

23. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “гіга” означає утворити кратну їй множенням на:

- а) 10^9 ; б) 10^2 ; в) 10^3 ; г) 10^6 .

24. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “санта” означає утворити частинну їй одиницю множенням на:

- а) 10^{-1} ; б) 10^{-2} ; в) 10^{-3} ; г) 10^{-6} .

25. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “мілі” означає утворити частинну їй одиницю множенням на:

- а) 10^{-1} ; б) 10^{-2} ; в) 10^{-3} ; г) 10^{-6} .

26. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “мікро” означає утворити частинну їй одиницю множенням на:

- а) 10^{-1} ; б) 10^{-2} ; в) 10^{-3} ; г) 10^{-6} .

27. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “деци” означає утворити частинну їй одиницю множенням на:

- a) 10^{-1} ; б) 10^{-2} ; в) 10^{-3} ; г) 10^{-6} .

28. Приєднання до назви вихідної одиниці вимірювання десяткової компоненти “нано” означає утворити частинну її одиницю множенням на:

- а) 10^{-9} ; б) 10^{-6} ; в) 10^{-3} ; г) 10^{-2} .

29. Вказати правильні рівності:

- a) $l_{\text{м}} = 10 \text{ см};$
б) $l_{\text{м}} = 1000 \text{ см};$

30. Вказати правильні рівності:

- a) $l \partial m = 10 \text{ см};$
б) $l \partial m = 1000 \text{ см};$

31. Вказати правильні рівності:

- a) $1 \text{ см} = 10 \text{ дм}$; в) $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$;
б) $1 \text{ см} = 100 \text{ мм}$; г) $1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$.

32. Вказати правильні рівності:

- a) $1 \text{ км} = 100 \text{ м};$
б) $1 \text{ км} = 100 \text{ дм};$

33. Площа вимірюється:

- а) метрами, сантиметрами, дециметрами і т.д.;
- б) квадратними кілометрами, квадратними метрами, квадратними дециметрами і т. д.;
- в) кубічними метрами, кубічними дециметрами, кубічними сантиметрами і т.д.;
- г) арами, гектарами.

34. Об'єм вимірюється:

- а) метрами, сантиметрами, дециметрами і т.д.;
- б) квадратними кілометрами, квадратними метрами, квадратними дециметрами і т. д.;
- в) кубічними метрами, кубічними дециметрами, кубічними сантиметрами і т.д.;
- г) літрами.

35. Довжина відрізка вимірюється:

- а) метрами, сантиметрами, дециметрами і т.д.;
- б) квадратними кілометрами, квадратними метрами, квадратними дециметрами і т. д.;

в) кубічними метрами, кубічними дециметрами, кубічними сантиметрами і т.д.;

г) арами, гектарами.

36. Вказати правильні рівності:

а) $1 \text{ га} = 10 \text{ м}^2$;

б) $1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2$;

в) $1 \text{ га} = 100 \text{ ар}$;

г) $1 \text{ км}^2 = 100 \text{ м}^2$.

37. Вказати правильні рівності:

а) $1 \text{ ар} = 100 \text{ га}$;

б) $1 \text{ ар} = 1000 \text{ м}^2$;

в) $1 \text{ ар} = 10 \text{ м}^2$;

г) $1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2$.

38. Вказати правильні рівності:

а) $1 \text{ м}^2 = 10 \text{ дм}^2$;

б) $1 \text{ м}^2 = 1000 \text{ дм}^2$;

в) $1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$;

г) $1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ см}^2$.

39. Вказати правильні рівності:

а) $1 \text{ дм}^2 = 10 \text{ см}^2$;

б) $1 \text{ дм}^2 = 1000 \text{ см}^2$;

в) $1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$;

г) $1 \text{ дм}^2 = 10000 \text{ мм}^2$.

40. Вказати правильні рівності:

а) $1 \text{ см} = 10 \text{ дм}$;

б) $1 \text{ см} = 100 \text{ мм}$;

в) $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$;

г) $1 \text{ см} = 1000 \text{ мм}$.

41. Площа прямокутника дорівнює:

а) половині добутку сторін;

б) сумі сторін;

в) добутку довжин його сторін;

г) добутку довжин його сторін, що виходять з однієї вершини.

42. Якщо площі фігур рівні, то фігури називаються:

а) рівновеликими;

б) простими;

в) рівноскладеними;

г) рівними.

43. Вказати правильні твердження:

а) якщо фігури рівновеликі, то вони рівноскладені;

б) якщо фігури рівноскладені, то вони рівновеликі;

в) якщо многокутники рівновеликі, то вони рівноскладені;

г) якщо фігури рівноскладені, то вони рівні.

44. Вказати правильні рівності:

а) $1 \text{ м}^3 = 10 \text{ дм}^3$;

б) $1 \text{ м}^3 = 1000000 \text{ см}^3$;

в) $1 \text{ м}^3 = 100 \text{ дм}^3$;

г) $1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$.

45. Вказати правильні рівності:

- а) $1 \text{ дм}^3 = 10 \text{ см}^3$; в) $1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$;
б) $1 \text{ дм}^3 = 1000000 \text{ мм}^3$; г) $1 \text{ дм}^3 = 100 \text{ см}^3$.

46. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює:

- а) добутку його ребер; б) сумі всіх його вимірів;
в) добутку всіх його ребер;
г) добутку трьох сторін, що виходять з однієї вершини (вимірів).

47. Маса вимірюється:

- а) тоннами, центнерами, кілограмами, грамами, міліграмами і т. д.;
б) літрами, мілілітрами;
в) копами, дюжинами;
г) гектарами, арами.

48. Вказати правильні рівності:

- а) $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$; в) $1 \text{ т} = 100 \text{ кг}$;
б) $1 \text{ т} = 100 \text{ ц}$; г) $1 \text{ т} = 10 \text{ ц}$.

49. Вказати правильні рівності:

- а) $1 \text{ ц} = 10 \text{ кг}$; в) $1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$;
б) $1 \text{ ц} = 1000 \text{ кг}$; г) $1 \text{ ц} = 1000 \text{ г}$.

50. Вказати правильні рівності:

- а) $1 \text{ г} = 100 \text{ мг}$; в) $1 \text{ г} = 10 \text{ мг}$;
б) $1 \text{ кг} = 1000000 \text{ мг}$; г) $1 \text{ г} = 1000 \text{ мг}$.

51. Довжина траєкторії руху тіла між двома її точками називається:

- а) шляхом; в) швидкістю;
б) миттєвістю; г) рівномірним прямолінійним рухом.

52. Щоб знайти пройдений тілом шлях, треба:

- а) його швидкість поділити на час руху;
б) його швидкість помножити на час руху;
в) час руху тіла поділити на його швидкість;
г) час і швидкість додати.

53. Щоб знайти швидкість, з якою рухалося тіло, треба:

- а) шлях поділити на час, за який його тіло пройшло;
б) шлях помножити на час, за який його тіло пройшло;

- в) час поділити на шлях;
- г) знайти суму часу і шляху.

54. Ціною товару називається:

- а) вартість у грошах певної кількості товару;
- б) вартість одиниці товару, виражена в грошах;
- в) здатність його задовольняти певні потреби;
- г) грошовий вираз затраченої на виготовлення товару праці.

55. Вартістю товару називається:

- а) вартість у грошах певної кількості товару;
- б) вартість одиниці товару, виражена в грошах;
- в) здатність його задовольняти певні потреби;
- г) грошовий вираз затраченої на виготовлення товару праці.

56. Щоб знайти вартість товару, треба:

- а) ціну поділити на кількість товару;
- б) кількість товару помножити на його ціну;
- в) ціну товару і його кількість додати;
- г) ціну товару помножити на його кількість.

57. Щоб знайти ціну товару, треба:

- а) вартість товару помножити на його кількість;
- б) вартість товару поділити на його кількість;
- в) вартість і кількість товару додати;
- г) кількість товару поділити на його вартість.

58. Щоб знайти кількість товару за його вартістю і ціною, треба:

- а) вартість товару поділити на його ціну;
- б) ціну товару поділити на його вартість;
- в) ціну товару помножити на його вартість;
- г) ціну товару і його вартість додати.

59. Вказати випадки прямої пропорційної залежності:

- а) між шляхом і швидкістю при прямолінійному рівномірному русі;
- б) між шляхом і часом при прямолінійному рівномірному русі;

в) між швидкістю і часом при прямолінійному рівномірному русі;

г) між довжиною сторони квадрата і його площею.

60. Вказати випадки оберненої пропорційної залежності:

а) між шляхом і швидкістю при прямолінійному рівномірному русі;

б) між шляхом і часом при прямолінійному рівномірному русі;

в) між швидкістю і часом при прямолінійному рівномірному русі;

г) між довжиною сторони квадрата і його площею.

61. Вказати випадки прямої пропорційної залежності:

а) між кількістю товару і його ціною при сталій вартості;

б) між кількістю товару і його вартістю при сталій ціні;

в) між вартістю товару і його ціною при сталій кількості;

г) між площею прямокутника і довжиною однієї із його сторін.

62. Вказати випадки оберненої пропорційної залежності:

а) між кількістю товару і його ціною при сталій вартості;

б) між кількістю товару і його вартістю при сталій ціні;

в) між вартістю товару і його ціною при сталій кількості;

г) між площею прямокутника і довжиною однієї із його сторін.

ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З КУРСУ
“МАТЕМАТИКА”
для студентів II курсу

1. Скінченні множини і їх властивості.
2. Різні підходи до побудови множини цілих невід'ємних чисел. Поняття про аксіоматичний метод побудови теорії.
3. Натуральне число як спільна властивість класу скінченних непорожніх рівнопотужних множин. Поняття про нуль. Множина цілих невід'ємних чисел. Відношення рівності на множині цілих невід'ємних чисел.
4. Відношення порядку на множині цілих невід'ємних чисел. Упорядкованість множини цілих невід'ємних чисел.
5. Сума цілих невід'ємних чисел, її існування і єдиність. Операція додавання цілих невід'ємних чисел і її властивості.
6. Різниця цілих невід'ємних чисел, її існування і єдиність. Операція віднімання цілих невід'ємних чисел. Зв'язок віднімання з додаванням. Додавання і віднімання у початковому курсі математики.
7. Теоретико-множинний зміст правил віднімання числа від суми і суми від числа.
8. Добуток цілих невід'ємних чисел, як потужність декартового добутку скінченних множин. Існування і єдиність добутку. Операція множення цілих невід'ємних чисел, її властивості.
9. Добуток цілих невід'ємних чисел як сума рівних між собою доданків. Існування і єдиність добутку. Множення у початковому курсі математики.
10. Частка від ділення цілого невід'ємного числа на натуральне (кількісна теорія). Існування і єдиність частки. Операція ділення. Зв'язок ділення з множенням. Ділення в початковому курсі математики.
11. Теоретико-множинний зміст правил ділення суми і добутку на число.

12. Аксиоми Пеано. Аксиоматичне означення цілого невід'ємного числа, додавання і множення цілих невід'ємних чисел. Таблиці додавання і множення. Закони додавання і множення.

13. Операції віднімання і ділення цілих невід'ємних чисел. Неможливість ділення на нуль.

14. Операція ділення цілого невід'ємного числа на натуральне з остачею. Теорема про існування і єдиність частки й остачі.

15. Метод математичної індукції.

16. Властивості множини цілих невід'ємних чисел.

17. Відрізок натурального ряду чисел, лічба елементів скінченної множини. Порядкові і кількісні натуральні числа.

18. Операції над відрізками та їх основні властивості.

19. Натуральне число як міра відрізка. Арифметичні операції і їх властивості над числами, що розглядаються як міри відрізків.

20. Системи числення. Позиційні і непозиційні системи числення. Запис і найменування чисел у десятковій системі числення.

21. Порівняння чисел у десятковій системі числення.

22. Виконання арифметичних операцій над цілими невід'ємними числами в десятковій системі числення.

23. Запис і найменування цілих невід'ємних чисел у різних позиційних системах числення.

24. Порівняння цілих невід'ємних чисел і виконання арифметичних операцій над ними в різних позиційних системах числення.

25. Застосування різних систем числення, зокрема, двійкової.

26. Перехід від запису чисел у одній системі числення до запису чисел в іншій позиційній системі числення.

27. Відношення подільності на множині цілих невід'ємних чисел та його властивості.

28. Теореми про подільність суми, різниці, добутку цілих

невід'ємних чисел та наслідки з них.

29. Ознаки подільності. Ознака подільності Паскаля. Ознаки подільності на 2, 3, 4, 5, 9, 25.

30. Спільні кратні, найменше спільне кратне чисел і їх властивості.

31. Спільні дільники, найбільший спільний дільник чисел і їх властивості.

32. Властивості найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного двох чисел.

33. Взаємно прості та попарно взаємно прості числа.

34. Теореми про подільність, пов'язані із взаємно простими числами

35. Алгоритм Евкліда.

36. Прості і складені числа. Теорема про подільність простого числа на натуральне, яке більше 1.

37. Теорема про відношення між натуральним числом a і простим числом p .

38. Теорема про подільність добутку кількох натуральних чисел на просте число.

39. Теорема про існування простого дільника натурального числа, більшого від одиниці, та наслідок з неї.

40. Теорема Евкліда.

41. Теорема про величину найменшого простого дільника складеного числа критерій простоти, та наслідок з неї.

42. Основна теорема арифметики. Канонічний розклад складеного числа.

43. Теорема про канонічний розклад дільника натурального числа та наслідки з неї.

44. Теореми про канонічні розклади найбільшого спільного дільника і найменшого спільного кратного. Алгоритми знаходження найбільшого спільного дільника і найменшого спільного кратного чисел за їх канонічними розкладами.

45. Дріб. Рівні дроби. Правильні і неправильні дроби. Додатне раціональне число. Нескоротний запис додатного раціонального числа.

46. Основна властивість дробу.
47. Властивості множини додатних раціональних чисел.
48. Відношення порядку на множині додатних раціональних чисел.
49. Арифметичні операції над додатними раціональними числами та їх основні властивості.
50. Десятковий дріб. Запис десяткового дробу, проценти.
51. Виконання арифметичних операцій над десятковими дробами.
52. Перетворення звичайних дробів у десяткові. Нескінченні періодичні десяткові дробі.
53. Сумірні і несумірні відрізки. Вимірювання довжини відрізка, несумірного з одиничним. Нескінченні неперіодичні десяткові дробі.
54. Ірраціональні числа. Додатні дійсні числа, їх запис. Властивості множини додатних дійсних чисел: упорядкованість, щільність.
55. Виконання арифметичних операцій над додатними дійсними числами, їх основні властивості.
56. Невід'ємні дійсні числа. Нуль. Множина дійсних чисел. Геометричні інтерпретації дійсних чисел.
57. Властивості множини дійсних чисел: впорядкованість, нескінченність, щільність.
58. Протилежні числа. Модуль дійсного числа.
59. Арифметичні операції над дійсними числами та їх основні властивості.
60. Числовий вираз і його значення. Вираз із змінною, його область визначення. Тотожні перетворення виразів. Тотожність.
61. Числові рівності і їх властивості.
62. Числові нерівності і їх властивості.
63. Рівняння з однією змінною як предикат. Множина розв'язків рівняння.
64. Рівносильні рівняння. Теореми про рівносильність рівнянь та наслідки з них.

65. Лінійні рівняння з однією змінною, та їх розв'язування. Рівняння в початковому курсі математики.
66. Рівняння з двома змінними як предикат. Множина розв'язків рівняння. Графік рівняння.
67. Рівняння лінії. Рівняння кола.
68. Система рівнянь з двома змінними і їх розв'язування. Графічне розв'язування систем.
69. Нерівність з однією змінною як предикат. Множина розв'язків нерівності. Рівносильні нерівності. Теореми про рівносильність нерівностей та наслідки з них.
70. Лінійні нерівності з однією змінною, та їх розв'язування. Нерівності в початковому курсі математики.
71. Системи і сукупності нерівностей з однією змінною та їх розв'язування.
72. Нерівність з двома змінними як предикат. Множина розв'язку нерівності. Графічне розв'язування нерівності з двома змінними.
73. Системи і сукупності нерівностей з двома змінними і їх графічне розв'язування.
74. Числові функції та оберненої пропорційності.
75. Короткі історичні відомості про виникнення геометрії.
76. Система геометричних понять шкільного курсу математики.
77. Геометричні фігури, їх означення, властивості і ознаки.
78. Плоскі геометричні фігури (ламана, багатокутник, коло, круг). Задачі на побудову в планіметрії.
79. Просторові фігури та їх зображення на площині. Тіло.
80. Многогранники. Теорема про многогранники (без доведення).
81. Тіла обертання.
82. Скалярні величини і їх основні властивості. Адитивно-скалярні величини. Вимірювання величин.
83. Довжина відрізка, її основні властивості. Вимірювання довжини відрізка. Одиниці довжини та відношення між ними.

84. Площа фігури, її основні властивості. Рівновеликі і рівноскладені фігури. Способи вимірювання площ фігур. Одиниці площі.

85. Об'єм тіла, його основні властивості. Вимірювання об'ємів. Одиниці об'єму.

86. Маса тіла і одиниці її вимірювання.

87. Проміжки часу і їх вимірювання. Одиниці часу.

88. Шлях, швидкість, одиниці їх вимірювання. Залежність між швидкістю, часом і пройденим шляхом при рівномірному прямолінійному русі.

89. Ціна, кількість і вартість товару, залежність між ними.

ОСНОВНІ МАТЕМАТИЧНІ ТЕРМІНИ

Адитивно-скалярні величини – величини, які мають адитивну властивість.

Алгебраїчна сума – вираз, у якому є тільки операції додавання і віднімання.

Алгебраїчні вирази – вирази, які містять лише арифметичні операції та операції піднесення до раціонального степеня.

Вартість товару – вартість у грошах певної кількості товару.

Вершина конуса – кінець катета, навколо якого здійснюється обертання і який не належить основі.

Вершини многокутника – вершини ламаної.

Висота додатного раціонального числа – сума чисельника і знаменника нескоротного дробу, що є зображенням даного додатного раціонального числа.

Висота призми – перпендикуляр, опущений з однієї основи призми на другу, а також довжина цього перпендикуляра.

Відкрита фігура – фігура, всі точки якої є внутрішніми.

Віднімання додатних раціональних чисел – операція у множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх різниця $a - b$.

Відрізок – множина точок прямої, що лежать між двома її різними точками, які називаються кінцями відрізка.

Внутрішня точка фігури – точка, яка належить фігурі разом з деяким її околom.

Геометрична фігура – довільна непорожня множина точок.

Гроші – це особливий товар, що виконує роль загального еквівалента, в якому виражається вартість усіх інших товарів.

Десятковий дріб – дріб чисельник якого є натуральним числом, записаним у десятковій системі числення, а знаменник – натуральним степенем 10.

Діагональ – відрізок, що з'єднує дві несуміжні вершини многокутника.

Дійсні числа – раціональні та ірраціональні числа

Ділення дійсних чисел – операція на множині дійсних чисел, при якій кожній парі чисел a і $b \neq 0$ ставиться у відповідність їх частка $a : b$.

Ділення додатних раціональних чисел – операція на множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх частка $a : b$.

Добуток двох довільних натуральних чисел n і k (позначається $n \cdot k$) – натуральне число, яке є мірою відрізка при одиничному відрізку ε_1 , де n є мірою цього ж самого відрізка при одиничному відрізку ε , а число k є мірою відрізка ε при одиничному відрізку ε_1 .

Добуток довільних додатних раціональних чисел a і b (позначається $a \cdot b$), – додатне раціональне число c , що має своїм зображенням дріб $\frac{m \cdot r}{n \cdot s}$, де $\frac{m}{n}$ і $\frac{r}{s}$ є зображення відповідно чисел a і b .

Довжина періоду нескінченного періодичного добу – довжина кортежу цифр, які повторюються.

Додавання додатних раціональних чисел – операція на множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх сума $a + b$.

Доданки – компоненти при додаванні.

Додатне ірраціональне число – нескінченний неперіодичний десятковий дріб.

Додатне раціональне число – клас рівних дробів.

Дробовий раціональний вираз – вираз, що містить операції ділення на вирази із змінними.

Енкутник – многокутник із n вершинами.

Замкнена ламана – ламана, кінці якої збігаються.

Змінні – знаки, що відіграють роль порожніх місць у математичному тексті, які дозволяється заповнювати іменами елементів із деяких множин, що складають

область значень цих змінних.

Значення змінної – елементи, які можна підставляти замість змінної.

Зображення фігури – плоска фігура, що відтворює оригінал.

Зчисленна множина – множина, рівнопотужна множині натуральних чисел.

Істинна (правильна) числова рівність – істинне висловлення, що визначається числовою рівністю.

Істинна числова нерівність – істинне висловлення, що задається числовою нерівністю.

Канонічний розклад натурального числа – запис числа у вигляді добутку простих множників, де рівні множники записані у вигляді степеня і самі множини в порядку зростання.

Компоненти – числа виразу.

Конусом (прямим круговим конусом) називається тіло, яке утворюється при обертанні прямокутного трикутника навколо одного із його катетів.

Координатна пряма – пряма, на якій задано точки O та E , вказано напрям від O до E .

Круг – частина площини, обмежена колом.

Куб – прямокутний паралелепіпед, у якого всі виміри рівні між собою.

Куля – тіло, яке утворюється при обертанні півкруга навколо його діаметра.

Кут многокутника – кут, утворений двома його суміжними сторонами.

Ламана лінія (ламаною) – фігура, яка є об'єднанням не менше як двох відрізків $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$, таких, що будь-які з трьох послідовних точок A_{k-1}, A_k, A_{k+1} ($k \in N$) не лежать на одній прямій.

Лінійні розміри прямокутного паралелепіпеда – довжини трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї з його вершин.

Межова точка – точка даної фігури, в будь-якому околі якої є точки, що належать і не належать фігурі. Межова точка може як належати, так і не належати фігурі. Множину всіх межових точок фігури називають її *межею* або *поверхнею*.

Метод зображення – сукупність правил, за допомогою яких встановлюється, яким способом, знаючи оригінал, одержати його зображення.

Мінова вартість товару, або просто *вартість*, – це втілена й уречевлена праця, яка виражає суспільно-виробничі відносини товаровиробників.

Мішане число – сума натурального числа і правильного дробу, що записані поруч (спочатку пишеться натуральне число, а потім дріб).

Многогранник - обмежене тіло, поверхня якого складається із скінченного числа многокутників, які називаються його *гранями*. Сторони граней – *ребра многогранника*, вершини граней – *вершини многогранника*. Многогранник *опуклий*, якщо він лежить по один бік від площини, якій належить будь-яка його грань.

Многокутник – замкнена ламана.

Множення дійсних чисел – операція на множині дійсних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх добуток $a \cdot b$.

Множення додатних раціональних чисел – операція на множині додатних раціональних чисел, при якій кожній парі чисел a і b ставиться у відповідність їх добуток $a \cdot b$.

Множина додатних дійсних чисел – множина, яка складалася з усіх додатних раціональних чисел та усіх додатних ірраціональних чисел, в якій будь-який відрізок має міру при довільному одиничному відрізку.

Множина розв'язків нерівності з однією змінною – область істинності предиката, що задає нерівність.

Множина розв'язків рівняння (множиною коренів рівняння) – множина істинності предиката, що задає

рівняння.

Множина дійсних чисел (позначається R) – множина, елементами якої є всі додатні дійсні числа, всі від'ємні дійсні числа і число нуль.

Неправильний дріб – дріб чисельник якого, не менший від знаменника.

Нерівності з однією змінною – предикат виду $f(x) < q(x)$, $f(x) > q(x)$; $f(x) \leq q(x)$, $f(x) \geq q(x)$, для яких потрібно знайти їх області істинності.

Нерівності одного (однакового) смислу – дві або більше числові нерівності, якщо у всіх них ліві і праві частини знаходяться в одному і тому ж самому відношенні порядку.

Нескоротний дріб – дріб чисельник і знаменник якого, взаємно прості числа.

Несумісна сукупність (система) рівнянь – сукупність (система), що не має розв'язків.

Одинична множина - непорожня множина, яка не містить різних елементів.

Окіл точки площини – множина всіх точок площини, відстань до яких від даної точки менша від заданого додатного числа.

Окіл точки простору – множина всіх точок простору, відстань яких від даної точки менша від заданого додатного числа.

Опукла ламана – ламана, всі ланки якої розміщені по один бік від прямої, що містить будь-яку з них.

Оригінал – фігура, зображення якої одержують на площині.

Паралелепіпед – призма, в основі якої лежить паралелограм.

Період нескінченного періодичного десяткового дробу – число, десятковий запис якого є кортежем цифр найменшої довжини, які повторюються.

Періодичний нескінченний десятковий дріб – нескінченний десятковий дріб, у якого повторюється

кортеж цифр, починаючи з деякого десяткового знаку.

Піраміда – многогранник, у якого однією гранню, що називається основою, є довільний многокутник, а всі інші грані є трикутниками, що мають спільну вершину. Спільна вершина всіх трикутників називається *вершиною піраміди*. Ребра піраміди, які з'єднують основу піраміди та її вершину, називаються *бічними ребрами*. Перпендикуляр, опущений із вершини піраміди на площину її основи, а також довжина цього перпендикуляра називаються *висотою піраміди*. Піраміда, в основі якої лежить n -кутник, називається *n -кутною*.

Плоска фігура – фігура, всі точки якої належать деякій площині (точка, пряма, відрізок, кут, площина).

Правильна піраміда – піраміда, в основі якої лежить правильний многокутник і висота піраміди падає в центр многокутника.

Правильний многокутник – многокутник, у якого всі сторони рівні.

Правильний двадцятигранник (правильний ікосаедр) – многогранник, всі грані якого є правильними рівними між собою трикутниками і в кожній вершині сходяться п'ять ребер.

Правильний дріб – дріб, у якого чисельник менший від знаменника.

Правильний многокутник – опуклий многокутник, у якого всі кути рівні.

Правильний чотиригранник (правильний тетраедр) – чотиригранник, всі грані якого є правильними рівними між собою трикутниками і в кожній вершині сходиться три ребра.

Правильний шестигранник (правильний гексаедр, куб) – шестигранник, всі грані якого є рівними між собою квадратами і в кожній вершині сходиться три ребра.

Призма - многогранник, у якого дві грані, що називаються *основами призми*, рівні між собою

многокутники, у яких відповідні сторони паралельні, а інші грані – паралелограми, в кожного з яких дві сторони є відповідними сторонами основ. Грані призми, що не є основами, називаються *бічними*, а ребра, які не належать основам призми – *бічними ребрами*.

Призма є правильною, якщо вона пряма і в основі її лежить правильний n -кутник.

Призма пряма – призма, бічні ребра якої перпендикулярні до основ.

Просторова фігура – якщо не існує площини, якій би належали всі точки даної фігури.

Процент (відсоток) – одна сота частина числа або одиниці (від латинського "*pro centum*" – "від ста") і позначається 1 %.

Прямий паралелепіпед – паралелепіпед, в основі якого лежить паралелограм. У прямокутному паралелепіпеді всі грані є прямокутниками.

Радіус циліндра – радіус основи циліндра.

Раціональний алгебраїчний вираз – вираз, який не містить операції добування коренів із виразів, що містять змінні.

Рівнобедрений трикутник – трикутник, у якого є два рівні кути.

Рівновеликі фігури – фігури, які мають рівні міри при одному і тому ж еталоні вимірювання.

Рівновеликі фігури – які мають рівні площі.

Рівноскладені фігури – фігури, які можна розбити лініями на скінченне число попарно рівних між собою фігур.

Рівняння з однією змінною – предикат виду $f(x) = q(x)$, $x \in M$, для якого потрібно знайти область істинності.

Різниця довільних додатних раціональних чисел a і b (позначається $a - b$) – додатне раціональне число x таке, що $b + x = a$.

Розв'язок (корінь) рівняння – кожне число, яке належить

множині розв'язків рівняння. (Значення змінної при якому дане рівняння перетворюється в істинну числову рівність).

Система рівнянь – кон'юнкція рівнянь (позначається фігурною дужкою зліва).

Система числення – сукупність знаків і правил, за допомогою яких можна записати і прочитати довільне ціле невід'ємне число.

Систематичний (системним) дріб – чисельник є натуральним числом, записаним у позиційній системі числення з основою g , а знаменник – натуральним степенем основи g .

Система одиниць вимірювання (система мір) – сукупність одиниць вимірювання різних величин, що ввійшли до вжитку.

Споживна вартість товару – здатність товару задовольняти певні потреби людини.

Сторони многокутника – ланки многокутника.

Сукупність рівнянь – диз'юнкція рівнянь (позначається квадратною дужкою зліва).

Сума довільних двох натуральних чисел n і k (позначається $n + k$) – натуральне число, яке є мірою відрізка, що є сумою двох відрізків, перший з яких має мірою натуральне число n , а другий – натуральне число k при одному й тому ж одиничному відрізку.

Сума цілих невід'ємних чисел – потужність об'єднання 2-х множин, які не перетинаються і потужностями яких є дані числа.

Суміжні вершини многокутника – суміжні вершини ламаної, що задає многокутник.

Суміжні сторони многокутника – суміжні ланки.

Сфера – поверхня, яка утворюється внаслідок обертання півкола навколо його діаметра.

Твірна циліндра – перпендикуляр між основами циліндра, який належить його бічній поверхні.

Тіло обертання – геометричне тіло, утворене внаслідок обертання плоскої геометричної фігури навколо прямої, яка лежить у тій самій площині, що й дана фігура.

Товаром продукт праці людини, який задовольняє певні її потреби і виготовлений не лише для власного споживання, а й для обміну через купівлю – продаж.

Тотожне перетворення виразу – заміна одного виразу тотожно рівним йому виразом.

Тотожно рівні вирази – вирази зі спільною областю визначення, які мають рівні значення при будь-яких значеннях змінних із області визначення.

Трикутник – багатокутник із трьома вершинами.

Циліндр (прямим круговим циліндром) – тіло, яке утворюється при обертанні прямокутника навколо однієї із його сторін.

Цілий раціональний вираз або многочлен – раціональний вираз, який не містить операції ділення на вирази, що містять змінні.

Цілі додатні раціональні числа або цілі додатні числа – натуральні числа, що розглядаються як елементи множини додатних раціональних чисел.

Ціна товару – вартість одиниці товару, виражена в грошах.

Частка довільних цілих невід'ємних чисел a і $b \neq 0$ (позначається $a : b$ або $\frac{a}{b}$) – ціле невід'ємне число x таке, що $b \cdot x = a$.

Числова пряма – координатна пряма.

Числовий вираз – запис чисел та операцій над ними, в якому за попередньою домовленістю відомий порядок виконання операцій над ними.

Числові змінні – змінні, значеннями яких є числа.

Чотирикутник – багатокутник із чотирма вершинами.

Г.І. Коберник

МАТЕМАТИКА

ПРАКТИКУМ

Частина II

Навчальний посібник для викладачів та студентів педагогічних
університетів спеціальності “Початкова освіта”

Підписано до друку 19.03.2013. Формат 60х90 1/32

Папір офсет.

Обл.-вид. арк. 5,9. Ум. друк. арк. 7,6.

Тираж 300. Зам. № 2309.

Видавець та виготовлювач

ФОП Жовтий О.О.

20300, м. Умань, вул. Садова, 2
(УДПУ, навчальний корпус № 1)

Тел. 097 255 65 07

047 44 5 21 66

093 540 78 82

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
Серія ДК, № 2444 від 22.03.2006 р.