

УДК 624.012.45

**УЧЕТ ТРЕНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ КОНСТРУКЦИЙ В ЗАМКНУТОЙ
ОБОЙМЕ**

**ВРАХУВАННЯ ТЕРТЯ ПРИ РОЗРАХУНКУ КОНСТРУКЦІЙ У
ЗАМКНЕНІЙ ОБОЙМІ**

**ACCOUNTING FRICTION FOR DESIGN CALCULATIONS IN A
CLOSED CAGED**

Азизов Т.Н., д.т.н., проф., Иваницкий А.В. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры)

Азізов Т.Н., д.т.н., проф., Іваницький О.В. (Одеська державна академія будівництва та архітектури)

Azizov T.N., Doctor of Engineering, Profesor, Ivanycky A.V. (Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture)

Приведена методика расчета конструкций из штучных материалов в гибкой замкнутой обойме с учетом предварительного напряжения и трения в углах. Показаны преимущества предварительного напряжения таких конструкций

Наведена методика розрахунку конструкцій з штучних матеріалів в гнучкій замкненій обоймі з врахуванням попереднього напруження і тертя в кутах. Показані переваги попереднього напруження таких конструкцій

The methods of structural analysis of piece goods in flexible closed cage with the pre-tensioning and friction angles. Shows the benefits of pre-stressing of such structures

Постановка и задачи исследований.

В [1, 2] было показано преимущество конструкций из штучных материалов в замкнутой обойме. Там же представлены принципы предварительного расчета таких конструкций. В [3, 4] методика расчета развита на предварительно напряженные конструкции.

Однако во время предварительного напряжения и при работе конструкции в углах конструкции возникают силы трения, в результате чего усилия в разных ветвях обоймы становятся различными.

В вышеуказанных работах [1-4] отсутствует учет трения в названных конструкциях.

В связи с этим **целью настоящей статьи** является разработка методики расчета несущих конструкций из штучных материалов в замкнутой обойме с учетом трения.

Изложение основного материала.

Рассмотрим силы трения в конструкции в двух стадиях: стадии предварительного напряжения и в стадии эксплуатации.

Предварительное напряжение можно создать разными способами, в т.ч. как показано на рис. 1. Следует отметить, что от того, в каком месте производится предварительное напряжение зависит дальнейший расчет конструкции при эксплуатации.

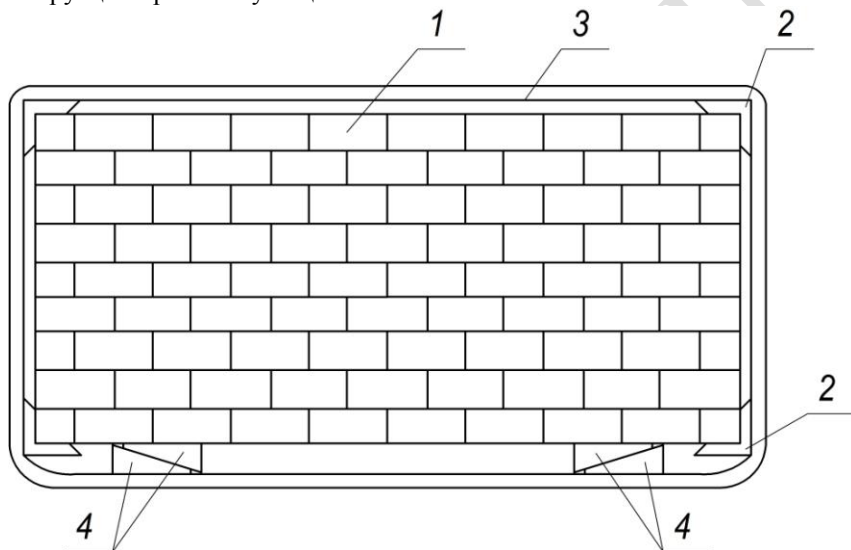


Рис. 1. Схема создания предварительного напряжения в обойме с помощью клиньев

Пусть, например, предварительное напряжение осуществляется в нижней части конструкции. Обозначим усилие в нижней ветви обоймы через N_n . Схема усилий по периметру конструкции показана на рис. 2. На этом рисунке прямоугольниками в углах конструкции условно обозначены участки сцепления обоймы и кладки, на которых происходит трение.

Если условно считать, что трение передается в точках, то эпюра усилий в обойме по периметру будет выглядеть как показано на рис. 3.

Для определения составляющих усилий рассмотрим некоторые выражения равновесия. В правом нижнем углу соблюдается равенство горизонтальной и вертикальной силы N (в остальных углах соблюдается

такое же равенство). Сила трения в нижнем правом углу (см. рис. 3):

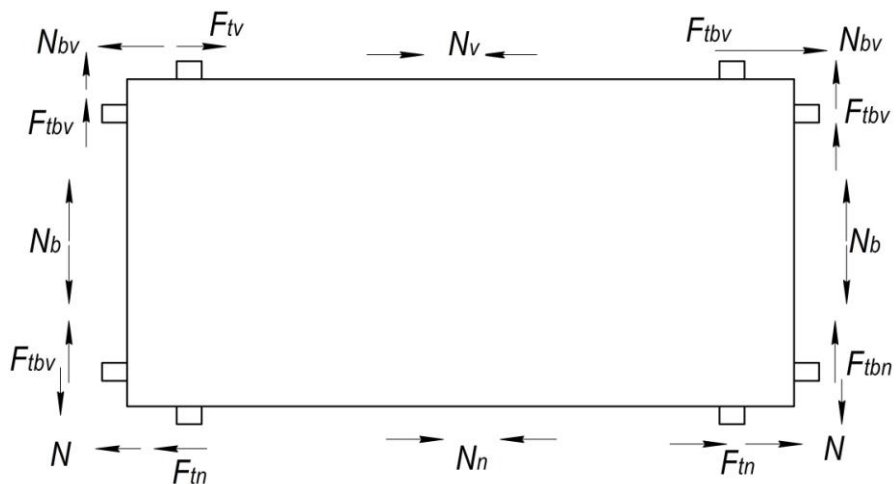


Рис. 2. Схема усилий в замкнутой обойме

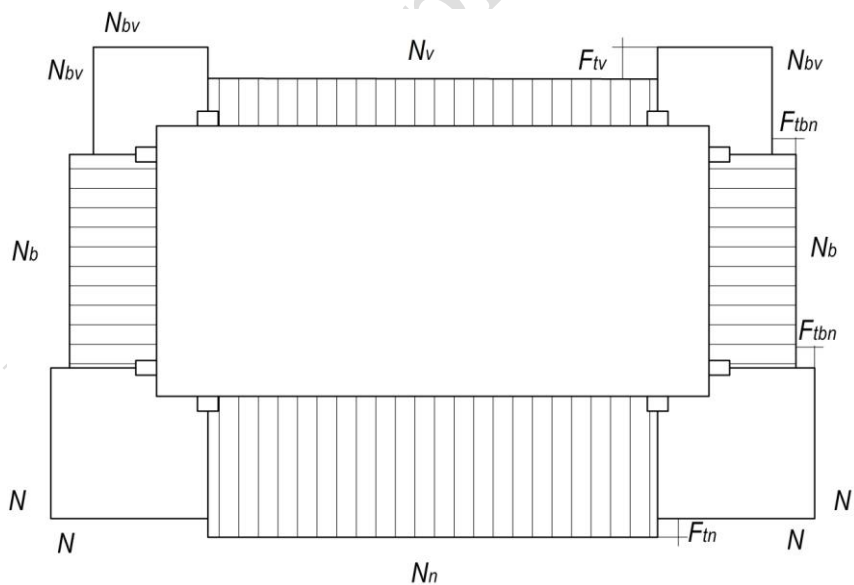


Рис. 3. Эпюра усилий по периметру обоймы

$$F_{tn} = N \cdot k_t = (N_b + F_{tbn}) \cdot k_t \quad (1)$$

где k_t - коэффициент трения.

$$F_{tbn} = (N_n - F_{tn}) \cdot k_t \quad (2)$$

Равенство горизонтальной и вертикальной силы в правом нижнем углу:

$$N_n - F_{tn} = N_b + F_{tbn} \quad (3)$$

Подставим (2) в (3):

$$N_n - F_{tn} = N_n \cdot k_t - F_{tn} \cdot k_t + N_b \quad (4)$$

Но из рис. 3 имеем:

$$N_b = N_n - F_{tn} - F_{tbn} \quad (5)$$

Из (1) имеем:

$$N_b = \frac{F_{tn}}{k_t} - F_{tbn} \quad (6)$$

Подставим (6) в (5):

$$\frac{F_{tn}}{k_t} - F_{tbn} = N_n - F_{tn} - F_{tbn} \quad (7)$$

Откуда получим:

$$F_{tn} = \frac{N_n}{1 + \frac{1}{k_t}} \quad (8)$$

Далее по цепочке (см. рис. 3):

$$F_{tbn} = (N_n - F_{tn}) \cdot k_t \quad (9)$$

$$N_b = N_n - F_{tn} - F_{tbn} \quad (10)$$

Далее, после определения N_b по аналогии с вышеприведенными выражениями мы можем определить F_{tbn} . При этом вместо N_n подставим N_b , вместо F_{tn} подставим F_{tbn} , а вместо F_{tbn} будет F_{tbn} .

$$F_{tbn} = \frac{N_b}{1 + \frac{1}{k_t}} \quad (11)$$

$$F_{tn} = (N_b - F_{tbn}) \cdot k_t \quad (12)$$

$$N_v = N_b - F_{tbn} - F_{tn} \quad (13)$$

При работе конструкции под нагрузкой отправной составляющей силой будет сила N в торце балки, т.к. при удлинении нижней грани балки усилие будет передаваться через нижний торец.

Из рис. 2 имеем:

$$N_b = N - N \cdot K_t = N(1 - K_t) \quad (14)$$

$$F_{tbn} = N \cdot K_t \quad (15)$$

$$N_{bv} = N_b - F_{tbn}; F_{tbn} = N_{bv} \cdot K_t \quad (16)$$

Из условия равенства сил в левом верхнем углу:

$$N_b - F_{tbn} = N_b - N_{bv} \cdot K_t \quad (17)$$

или:

$$N_b = N_{bv} + N_{bv} \cdot K_t = N_{bv}(1 + K_t) \quad (18)$$

Откуда имеем:

$$N_{bv} = \frac{N_b}{1 + k_t} = N \frac{1 - K_t}{1 + K_t} \quad (19)$$

На верхний торец оказывают давление усилия N_{bv} , на нижний – усилия N .

Для определения силы N в обойме (после ее определения остальные силы определяются по вышеприведенной схеме) следует рассмотреть условие совместности перемещений нижней грани балки и обоймы.

При имеющейся эпюре усилий в обойме полное ее удлинение определится из выражения (рис. 4)

$$\Delta l = \frac{N_n \cdot l}{EA} + 2 \frac{Na}{EA} + 2 \frac{Nb}{EA} + 2 \frac{N_b \cdot h}{EA} + \quad (20)$$

$$+ 2 \frac{N_{bv} \cdot b}{EA} + 2 \frac{N_{bv} \cdot a}{EA} + \frac{N_v \cdot l}{EA}$$

где EA осевая жесткость обоймы. Малыми прямоугольниками на рис. 4 условно обозначены места примыкания обоймы к кладке.

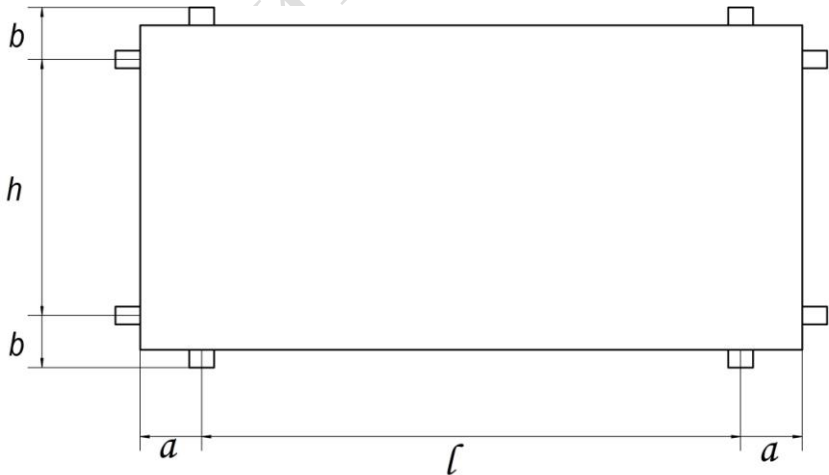


Рис. 4. Деление конструкции на участки

В большинстве случаев $a=b=h$. Обозначив все эти величины через c , после некоторых преобразований получим:

$$\Delta l = \frac{l}{EA} (N_n + N_v) + \frac{2c}{EA} (2N + 2N_{bv} + N_b) \quad (21)$$

Учитывая, что:

$$N_n = N - N \cdot K_t = N(1 - K_t) \quad (22)$$

$$N_b = N - N \cdot K_t = N_n \quad (23)$$

$$N_{bv} = N \frac{1 - K_t}{1 + K_t} \quad (24)$$

$$N_v = N_{bv} (1 - K_t) = N \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \quad (25)$$

получим:

$$\Delta l = \frac{l}{EA} \left[N(1 - K_t) + N \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right] + \frac{2C}{EA} \left[2N + 2N \frac{1 - K_t}{1 + K_t} + N(1 - K_t) \right] \quad (26)$$

Или, после приведения подобных:

$$\Delta l = \frac{l \cdot N}{EA} \left[1 - K_t + \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right] + \frac{2CN}{EA} \left[2 + 2 \frac{1 - K_t}{1 + K_t} + 1 - K_t \right] \quad (27)$$

Выражение (27) можно представить в виде:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \cdot K_{ob} \quad (28)$$

где:

$$K_{ob} = 1 - K_t + \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} + \frac{2C}{l} \cdot \left(2 + 2 \frac{1 - K_t}{1 + K_t} + 1 - K_t \right) \quad (29)$$

Т.е. удлинение обоймы определяется с использованием известной формулы сопротивления материалов с умножением ее на коэффициент обоймы k_{ob} .

Перейдем теперь непосредственно к расчету совместной работы кладки и обоймы. Перемещения нижнего угла кладки (балки) от ее изгиба равны :

$$\Delta = h \cdot \varphi \cdot 2 \quad (30)$$

где φ - угол поворота балки в опорном сечении, определяемый по известным формулам сопротивления материалов; h - половина высоты сечения балки.

Условие совместности деформаций балки и обоймы записывается аналогично [5] из условия, что реально относительное перемещение обоймы и балки равно нулю:

$$\delta_x - \delta_q + \delta_m + \Delta_x = 0 \quad (31)$$

Поэтому, если перемещения затяжки δ_x принять за положительное, то:

- перемещение δ_q от изгиба внешней нагрузкой уменьшает этот мнимый зазор, поэтому имеет отрицательное значение;
- перемещение δ_m от изгиба моментом от действия торцевых сил увеличивает мнимый зазор, поэтому имеет положительное значение;
- перемещение Δ_x от укорочения балки силами, приложенными в торце увеличивает мнимый зазор, поэтому имеет положительное значение.

Для примера рассмотрим, когда на середину балки действует сосредоточенная сила P .

Удлинение облоймы

$$\delta_x = \frac{N \cdot l}{EA} \cdot K_{ob} \quad (32)$$

Перемещение концов балки от внешней нагрузки:

$$\delta_q = \frac{Pl^2}{16EJ} \cdot 2h \quad (33)$$

Перемещение от сил в торце балки:

$$\delta_m = \frac{(N - N_v)l \cdot h^2}{2EJ} \cdot 2 \quad (34)$$

или, учитывая выражение (25) для N_v , получим:

$$\delta_m = \frac{l \cdot h^2}{EJ} \left[N - N \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right] \quad (35)$$

Перемещение от укорочения балки от действия торцевых сил:

$$\Delta_x = \frac{(N - N_v) \cdot l}{E_b A_b} = \frac{l}{E_b A_b} N \cdot \left[1 - \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right] \quad (36)$$

Тогда условие совместности запишется в виде:

$$\frac{l \cdot K_{ob}}{EA} N = \frac{Pl^2 \cdot h}{8E_b J_b} - \frac{lh^2}{E_b J_b} \left(1 - \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right) N - \frac{l}{E_b A_b} \left(1 - \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right) \cdot N \quad (37)$$

Откуда получим значение силы N :

$$N = \frac{B}{A + C + D} \quad (38)$$

где приняты обозначения:

$$A = \frac{l \cdot K_{ob}}{EA}; \quad B = \frac{Pl^2 \cdot h}{8E_b J_b} \quad (39)$$

$$C = \frac{l \cdot h^2}{E_b J_b} \left[1 - \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right] \quad (40)$$

$$D = \frac{l}{E_b A_b} \left[1 - \frac{(1 - K_t)^2}{1 + K_t} \right] \quad (41)$$

Следует отметить, что в выражениях 39-41 через l обозначена полная длина балки, равная (см. рис. 4) $l+2a$, через h – полная высота балки, равная $h+2b$.

После определения N остальные составляющие эпюры усилий вычисляются по вышеприведенным формулам.

Таким образом, мы получили значения сил при обжатии и при работе конструкции под нагрузкой, что полностью предопределяет дальнейший расчет деформативности и прочности конструкции.

Выводы и перспективы исследований. При предварительном напряжении и работе конструкции под нагрузкой возникают силы трения в угловых зонах, в результате действия которых усилия натяжения в обойме на различных участках отличаются друг от друга. Учет сил трения позволяет определить все составляющие силы в обойме. После определения всех сил в обойме конструкция рассчитывается как статически определимая, к которой приложены внешняя нагрузка и усилия в обойме.

В **перспективе** предполагается разработка программы на ЭВМ для проектирования таких конструкций и экспериментальная проверка разработанной методики расчета.

1. Азизов Т.Н. Использование стеклопластиковой обоймы для создания изгибаемых конструкций из штучных элементов // Современные строит. констр.из металла и древесины// Сб.научн. тр. ОГАСА. - №15. Часть 2, Одесса,2011. – С. 24-28.
2. Азизов Т.Н. Учет совместной работы каменной кладки с монолитным железобетонным поясом // Реставрація, реконструкція, урбоекотелогія RUR-2011. Щорічник південно-українського національного комітету ICOMOS/ Одеса: Optimum, 2011. – С. 190-196.
3. Азизов Т.Н., Іваніцкій А.В. К расчету несущих конструкций из штучных материалов в замкнутой обойме //Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 47 – Одеса: овнішрекламсервіс, 2012. – С. 11-15.
4. Азизов Т.Н., Іваніцкій А.В. Расчет несущих конструкций из штучных элементов в замкнутой предварительно напряженной обойме //Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 24., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2012. – С. 55-61.
5. Онуфриев Н.М. Усиление железобетонных конструкций промышленных зданий и сооружений. – М., Л.:Стройиздат, 1965. – 342 с