

РАСЧЕТ БАЛОЧНЫХ КЛЕТОК ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗКАХ

Азизов Т.Н. (*Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины, г. Умань*)

В статье приводится методика расчета металлической балочной клетки при действии локальных нагрузок. Показано, что учет пространственной работы позволяет существенно более точно определить усилия в главных балках балочной клетки, что повышает экономичность и надежность расчетов.

Формулировка проблемы. Традиционное проектирование балочных клеток [2-4] включает в себя расчет главных и второстепенных балок как изгибаемых элементов, работающих независимо одна от другой. При этом нагрузка принимается как бы для отдельно работающей балки с грузовой площади, равной расстоянию между балками. Не учитываются также крутильные деформации главных балок, которые имеют место в реальной их работе.

Известно [1], что пространственная работа накладывает существенный отпечаток на напряженно-деформированное состояние плоских перекрытий и покрытий при действии локальных нагрузок. Кроме того, при опирании перекрытия не только торцами, но и продольными сторонами эффект пространственной работы проявляется даже если все перекрытие загружено равномерно распределенной нагрузкой. Аналогичное напряженно-деформированное состояние наблюдается и в металлических балочных клетках. Однако, балочные клетки на сегодняшний день проектируются без учета их пространственной работы. Поэтому разработка методики расчета балочных клеток с учетом пространственной работы их элементов является **актуальной задачей**, решение которой позволяет получить экономический эффект с одновременным повышением надежности проектируемых конструкций.

Целью настоящей статьи является распространение разработанного метода расчета перекрытий с учетом пространственной работы на проектирование металлических балочных клеток.

Изложение основного материала. В виду схожести схем работы металлических балочных клеток применим методику пространственного расчета перекрытий, разработанную автором [1], к расчету балочных клеток. Пусть имеется балочная клетка с главными и второстепенными балками и настилом из листовой стали. Рассечем систему между главными балками плоскостями, параллельными осям и проходящими по середине расстояния между главными балками и рассмотрим один такой выделенный элемент. Поперечное сечение главной балки с примыкающими второстепенными (рис. 1, а) можно привести к эквивалентному двутавровому сечению (рис. 1, б). Таким образом система балок металлической балочной клетки будет приведена к системе двутавровых балок, где за линейный конечный элемент принимается i -тая главная балка, а роль полки главной балки играют балки перпендикулярного направления и металлический настил.

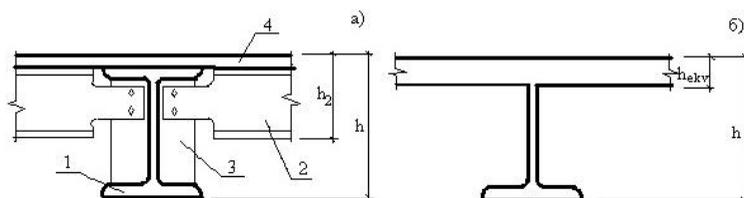


Рис. 1. Поперечное сечение балочной клетки (а) и эквивалентная расчетная схема (б): 1 – главная балка; 2 – второстепенные балки; 3 – ребра жесткости, к которым крепятся второстепенные балки; 4 – настил из листовой стали

Здесь следует сделать серьезную оговорку. Толщина верхней полки h_{ekv} рассматривается только в уравнениях перемещений (деформаций) полки в пространственной системе. При определении же изгибной жесткости главной балки толщину полки двутавра не следует принимать равной эквивалентной толщине.

По линиям расщепления i -той главной балки в общем случае действуют следующие неизвестные внутренние усилия [1]. В сечении слева (сечение с номером $i-1$) – вертикальные погонные силы $S_{i-1}(x)$, поперечные изгибающие моменты $m_{i-1}(x)$, горизонтальные силы распора $H_{i-1}(x)$ и горизонтальные касательные силы $T_{i-1}(x)$. В сечении справа (сечение с номером i) – аналогичные усилия $S_i(x)$, $m_i(x)$, $H_i(x)$ и $T_i(x)$ (рис. 2).

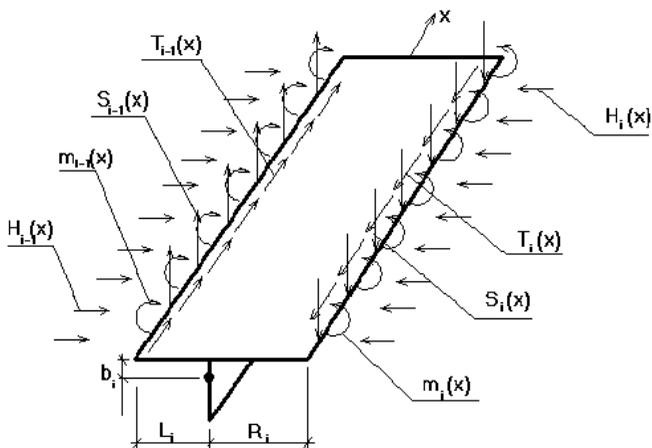


Рис. 2. Схема внутренних усилий для i -того выделенного элемента

На рис. 2 через L_i и R_i обозначены расстояния от оси главной балки до сечения соответственно слева и справа. Через b_i обозначено расстояние от центра тяжести таврового (двутавового) элемента до центра тяжести полки.

Исследованиями, проведенными ранее, показано [1], что в случае применения балок невысокого поперечного сечения можно пренебречь усилиями распора H_i . Кроме того, если принять схему с условным расположением полок в уровне центра тяжести сечения главной балки, то и касательные усилия T_i также исчезнут. Такая схема вполне приемлема в случае, если листовой настил не учитывается в определении изгибной жесткости главной балки.

Общая система дифференциальных уравнений [1] резко упрощается в вышеописанном случае и принимает вид (1). В уравнениях (1) кроме вышеупомянутых приняты следующие обозначения: $MS_i = MS_i(x)$ – изгибающие моменты от вертикальных усилий $S_i(x)$; EI_i , GI_i – соответственно изгибные и крутильные жесткости i -того стержня (главной балки); D_i – цилиндрическая жесткость полок i -того стержня; $MQ_i = MQ_i(x)$ – изгибающий момент в i -том стержне от действия внешней нагрузки q_i на этот стержень.

После определения внутренних усилий по линиям рассечения легко определяются изгибающие и крутящие моменты в главных балках, а также изгибающие моменты во второстепенных балках и настиле.

$$\begin{aligned}
& -\frac{MS_{i-1}}{EI_i} + \left(\frac{1}{EI_i} + \frac{1}{EI_{i+1}} \right) \cdot MS_i - \frac{MS_{i+1}}{EI_{i+1}} - \frac{R_i \cdot L_i}{GI_i} \cdot MS_{i-1} - \left(\frac{R_i^2}{GI_i} + \frac{L_{i+1}^2}{GI_{i+1}} \right) \cdot MS_i'' - \frac{L_{i+1} \cdot R_{i+1}}{GI_{i+1}} \cdot MS_{i+1}'' + \\
& + \left(\frac{R_i^3}{3D_i} + \frac{L_{i+1}^3}{3D_{i+1}} \right) \cdot MS_i^{iv} + \frac{R_i}{GI_i} \cdot M_{i-1} + \left(-\frac{R_i}{GI_i} + \frac{L_{i+1}}{GI_{i+1}} \right) \cdot M_i - \frac{L_{i+1}}{GI_{i+1}} \cdot M_{i+1} + \left(\frac{R_i^2}{2D_i} - \frac{L_{i+1}^2}{2D_{i+1}} \right) \cdot M_i'' = \\
& = \frac{MQ_{i+1}}{EI_{i+1}} - \frac{MQ_i}{EI_i}; \\
& -\frac{L_i}{GI_i} \cdot MS_{i-1}'' + \left(-\frac{R_i}{GI_i} + \frac{L_{i+1}}{GI_{i+1}} \right) \cdot MS_i'' + \frac{R_{i+1}}{GI_{i+1}} \cdot MS_{i+1}'' + \left(\frac{R_i^2}{2D_i} - \frac{L_{i+1}^2}{2D_{i+1}} \right) \cdot MS_i^{iv} + \frac{M_{i-1}}{GI_i} - \\
& \left(\frac{1}{GI_i} + \frac{1}{GI_{i+1}} \right) \cdot M_i + \frac{M_{i+1}}{GI_{i+1}} + \left(\frac{R_i}{D_i} + \frac{L_{i+1}}{D_{i+1}} \right) \cdot M_i'' = 0;
\end{aligned} \tag{1}$$

Остановимся теперь подробнее на определении изгибных и крутильных жесткостей системы. Если шаг второстепенных балок равен a , то эквивалентная толщина условного тавра h_{ekv} (см. рис. 1, б) будет определяться из условия равенства жесткости условного прямоугольника шириной a и высотой h_{ekv} реальной жесткости второстепенной балки:

$$h_{ekv} = 3 \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{втор}}{a}} \tag{2}$$

При этом момент инерции главной балки на изгиб останется прежним, так как второстепенные балки расположены с определенным шагом и между ними сечение главной балки остается равным сечению основного двутавра, из которого состоит главная балка (поз. 1 на рис. 1, а). Момент инерции главной балки на кручение увеличивается по сравнению с моментом инерции основного двутавра и вычисляется как момент инерции на кручение сложного двутаврового сечения, показанного на рис. 1, б.

Вышеприведенные изменения характеристик расчетной схемы по сравнению с реальной оказывают существенное влияние на напряженно-деформированное состояние балочной клетки.

В результате решения системы (1) определяются изгибающие продольные $MS_i(x)$ и поперечные $M_i(x)$ моменты.

Изгибающие моменты i -того ребра в направлении пролета главных балок L_j равны (с учетом правила знаков [1]):

$$M_{iz,i} = -MS_{i-1} + MS_i + MQ_i. \tag{3}$$

Изгибающие моменты в ребрах, направленных вдоль пролета второстепенных балок L_2 будут равны $M_i(x) \cdot a$, так как моменты $M_i(x)$ являются погонными и для получения изгибающего момента во второстепенной балке следует умножить погонные моменты на шаг второстепенных балок (рис. 3).

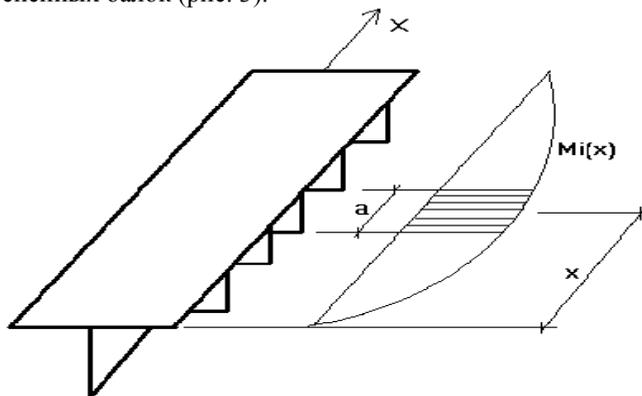


Рис. 3. К определению изгибающего момента во второстепенных балках балочной клетки

К этим моментам следует добавить (отнять) изгибающие моменты от работы второстепенной балки между главными на собственную внешнюю нагрузку.

Таким образом, расчет балочной клетки сводится к расчету ребристой системы с соответствующим расчленением на линейные элементы вдоль главных балок.

Рассмотрим пример расчета балочной клетки. Пусть имеется металлическое перекрытие, состоящее из балочной клетки с такими параметрами: пролет главных балок 9 м; шаг главных балок (пролет второстепенных балок) 3 м; полезная нагрузка 17 кН/м²; шаг второстепенных балок 750 мм; количество главных балок равно 5 (ширина перекрытия 12 м); материал конструкции – мягкая сталь с расчетным сопротивлением $R=210$ МПа.

Из расчета прочности второстепенных балок получено, что они должны быть приняты из двутавровых балок № 14 с моментом сопротивления $W=81.7$ см³ и моментом инерции $J=572$ см⁴. Тогда эквивалентная толщина полки условного тавра, определенная по формуле (2), будет равна $h_{\text{экв}}=4.5$ см.

Пусть перекрытие загружено полосовой нагрузкой, равной шагу главных балок, причем загружена средняя (третья) главная балка.

Требуемый момент сопротивления главной балки, определенный из расчета прочности без учета пространственной работы равен $W_{тр}=2459 \text{ см}^3$. По сортаменту подбираем двутавровую балку № 60 с характеристиками: $W=2560 \text{ см}^3$; $J=76806 \text{ см}^4$. При этом запас прочности будет составлять около 4%.

Для пространственного расчета принимаем изгибную жесткость главной балки равной жесткости двутавра № 60, а крутильную жесткость определяем для несимметричного двутавра (см. рис. 1, б) с нижней полкой двутавра № 60, а верхней полкой шириной 3 м и толщиной, равной $h_{екв}=4.5 \text{ см}$. Тогда имеем: $J=76806 \text{ см}^4$; $J_i=9168 \text{ см}^4$.

В результате пространственного расчета с использованием системы (1) максимальный изгибающий момент в главной балке получается на 19% меньше, чем при расчете без учета пространственной работы. Это дает возможность уменьшить сечение главной балки и принять ее из двутавра № 55 с характеристиками: $W=2035 \text{ см}^3$; $J=55962 \text{ см}^4$. Повторный расчет с учетом пространственной работы дает значение максимального изгибающего момента в середине пролета главной балки $M_{max}=397 \text{ кН}\cdot\text{м}$ и требуемый момент сопротивления $W_{тр}=1891 \text{ см}^3$, что на 7% меньше момента сопротивления балки № 55.

Таким образом вместо балки № 60, требуемой из условия прочности без учета пространственной работы и имеющей запас прочности 4%, при учете пространственной работы мы получили балку № 55 с большим запасом прочности 7%. При весе погонного метра балки № 60, равном 108 кг, весе балки № 55 – 92.6 кг и количестве главных балок, равном 5, получим экономию стали на фрагменте рассмотренного перекрытия 693 кг (или 14%).

Крайние главные балки при загрузке локальной нагрузкой средней балки испытывают кручение с изгибом, на воздействие которых должна быть проверена их прочность, что кроме полученной экономии повышает надежность проектируемых конструкций.

Следует отметить, что окончательное решение о назначении сортамента балок следует принимать из рассмотрения различных вариантов расположения локальной нагрузки на перекрытии.

Если второстепенные балки крайних пролетов балочной клетки опираются на жесткие опоры (стены, колонны и т.д.) и число главных балок балочной клетки равно n , то в расчетной схеме число главных балок принимается равным $n+2$. При этом жесткости первой и $n+2$ -й балок на изгиб принимаются бесконечно большими. В этом случае даже при загрузке всего перекрытия сплошной равномерно распределенной нагрузкой усилия в главных балках получаются

меньшими по сравнению с усилиями, полученными без учета пространственной работы, что позволяет получить экономию материалов и повысить надежность проектируемых конструкций.

Перераспределение усилий между главными балками при локальных нагрузках или при опирании перекрытия продольными сторонами зависит от соотношения изгибной и крутильной жесткостей главных балок, изгибной жесткости второстепенных балок.

Выводы. Приведенная методика расчета балочных клеток позволяет с одной стороны получить экономию металла, с другой – повысить надежность проектируемых конструкций за счет учета ранее не учитываемых факторов напряженно-деформированного состояния элементов балочной клетки.

В качестве перспективы следует провести исследования по разработке методики учета кручения не только главных, но и второстепенных балок балочной клетки, а также исследования по учету распора, возникающего от работы настила.

Литература

1. Азизов Т.Н. Теория пространственной работы перекрытий. – Киев: Науковий світ, 2001. – 276 с.
2. Михайлов А.М. Металлические конструкции в примерах. М.: Стройиздат, 1976. – 320 с.
3. Мандриков А.П. Примеры расчета металлических конструкций. – М.: Стройиздат, 1991. – 431 с.
4. Металлические конструкции. Справочник проектировщика. М.: Стройиздат, 1980. – 776 с.