УДК 624.012.45

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ

д.т.н., с.н.с. Азизов Т.Н.
Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины

Аннотация. В статье описывается общий метод пространственного расчета пролетных строений железобетонных мостов с учетом трещинообразования в полках и ребрах, других факторов, влияющих на НДС системы. Проанализированы существующие методы расчета, в том числе МКЭ. Показаны преимущества предложенного метода.

Анализ публикаций и постановка задачи. Пространственная работа ребристых систем исследовалась достаточно давно. Одним из основных направлений исследования работы таких систем является исследование пролетных строений мостов, т.к. в мостах при любой схеме загружения возникают усилия взаимодействия мостовых балок друг с другом в результате того, что полоса движения всегда уже полной ширины моста. Это учитывается и в нормативных документах по проектированию мостов.

Пространственная работа пролетных строений мостов достаточно схожа с работой монолитных и сборных ребристых перекрытий, поэтому их следует рассматривать в одном контексте. Большое количество экспериментальных исследований пространственной работы мостов проведено Б.Е. Улицким [23], И.А. Трифоновым [21,22].

Методы расчета пространственной работы пролетных строений мостов в упругой постановке Б.П. Назаренко рекомендует разделить на четыре группы [16]: вычисление давления на главные балки с учетом коэффициентов поперечной установки (метод рычага, внецентренного сжатия и упругих опор); замена пролетного строения балочным ростверком; замена пролетного строения ортотропной плитой; членение конструкции на отдельные элементы с последующим рассмотрением работы каждого из них и составлением условий совместности деформаций (разработан Б.Е. Улицким).

Основоположником методов расчета, основанных на замене ребристой системы дискретной стержневой системой, является Л.Д.Проскуряков [18,19,23]. Этот метод, получивший название метода упругих опор, был развит в работах П.Л. Пастернака [17,19], И.А. Трифонова [11,21,22] и других авторов [24,25].

Суть этого метода заключается в том, что пролетную систему с большим числом главных балок можно рассматривать как железобетонную пластинку на упругом основании, роль которого выполняют главные балки. Выделяется полоса плиты единичной ширины и рассматривается как балка на упругом основании. Из условия равновесия элемента главной балки против вращения получено разрешающее дифференциальное уравнение для прогибов. Помимо прогиба ребер в этом методе учитывается и их закручивание. Частным случаем этого метода является метод внецентренного сжатия М.Е. Гибшмана [7,15], получаемый при бесконечной жесткости на кручение.

Недостатком этих методов является то, что они не учитывают работу мостовой конструкции как единого целого сечения. Если жесткости главных балок различны, а также если число этих балок мало (когда нельзя считать число балок большим, чтобы «размазать» их по ширине сечения моста), то метод не может быть корректным. При неравномерном загружении ребристой системы даже с ребрами равной жесткости трещинообразование приведет к нарушению этого равенства и невозможности расчета по методу П.Л. Пастернака.

Метод расчета, в котором реальная ребристая система за счет «размазывания» жесткостей по площади заменяется конструктивно ортотропной плитой, называется технической теорией полубезмоментных плит. Основоположниками этого метода были В.Н. Горнов [8] и В.Г. Донченко [9,11]. Развитие этого метода осуществил А.С. Семченков [19].

Метод А.В.Александрова [20] является методом перемещений. При этом в складчатую систему вводится система непрерывно распределенных связей, препятствующих продольным, поперечным и вертикальным перемещениям, а также углам поворота.

Впервые метод сил для расчета сборного перекрытия разработал В.Н. Байков [3]. Наиболее полный учет неизвестных усилий предложен в методе сил Б.Е. Улицким [23]. Он основан на рассечении ребристой системы на отдельные тавровые балки. Вдоль линий рассечения действуют в общем случае четыре неизвестные функции: касательные $t_i(x)$, вертикальные $v_i(x)$, силы распора $n_i(x)$ и поперечные изгибающие моменты $m_i(x)$ (здесь i – номер сечения). Для определения этих функциональных неизвестных составляются условия совместности деформаций вдоль линий рассечения. Неизвестные функции аппроксимируются тригонометрическими рядами.

Приближенные методы имеют недостаток, заключающийся в невозможности учета таких факторов как продольный изгиб, отпор упругого основания и др., требующих рассмотрения на дифференциальном уровне.

Такого недостатка лишен метод П.Ф. Дроздова [10], который впервые получил точное решение задачи дискретно-континуальной модели в частном случае (в случае сборного пустотного настила), что позволяет в некоторых случаях получить решение в замкнутой форме. Неизвестные вертикальные реакции определяются из решения системы дифференциальных уравнений второго порядка.

Основным недостатком МКЭ (вернее, недостатком существующих программных комплексов, в которых реализован МКЭ) является фактор большой сложности учета пространственных и наклонных трещин при расчете железобетонных конструкций, в том числе и пролетных строений.

Существенным прогрессом в методах расчета мостовых конструкций является дискретно-континуальный метод, основы которого положены В.З. Власовым и Л.В. Канторовичем [6], разработан и приспособлен как вариант МКЭ А.И. Лантухом-Лященко [13,14]. Суть метода состоит в выделении полосы из ребристой системы и рассмотрении краевой задачи по линии этой полосы. В результате получается система дифференциальных уравнений, решение которой ищется с помощью функций Грина. Метод позволяет решать задачи с меньшим, чем в классической форме МКЭ, количеством неизвестных. Однако, по утверждению А.И. Лантуха-Лященко, при учете всех внутренних неизвестных классическая форма МКЭ становится более приемлемой.

Существенное влияние на напряженно-деформированное состояние железобетонных перекрытий оказывают нелинейность деформирования бетона и трещинообразование. В.Г. Кваша и С.М. Стечишин в экспериментальных исследованиях мостовых конструкций [12] показали, что перераспределение усилий между мостовыми балками изменяется при трещинообразовании.

Краткий анализ исследований позволяет сделать вывод о том, что расчеты сборных и монолитных ребристых систем с учетом пространственной работы в основном являются аппроксимационными, основанными на рассечении на отдельные балки и составлении условий совместности деформаций смежных элементов. Неизвестные внутренние усилия представляются в основном в виде рядов. Решения с использованием дифференциальных уравнений существуют для относительно узкого круга задач – частных случаев перекрытий и пролетных строений. Отсутствует единый подход к пространственному расчету различных железобетонных мостовых сооружений и перекрытий. Практически отсутствуют методики определения жесткостных параметров элементов железобетонных ребристых систем, в полках и ребрах которых имеются нормальные и наклонные трещины. Как правило, учитывается раздельное изменение жесткостей полок и ребер. При расчетах сборных и монолитных систем не учитываются или учитываются частично такие факторы, как сдвиг монолитного шва, влияние продольных сил в отдельных элементах, наличие отверстий, переменность жесткостей ребер и плит и другие факторы, влияющие на пространственную работу пролетных строений и перекрытий.

Целью настоящей статьи является описание разработанного автором общего метода расчета ребристых систем, частными случаями которого являются сборные, монолитные, или сборно-монолитные сплошные или ребристые системы пролетных строений и перекрытий, с учетом различных схем опирания и загружения, образования различных трещин, а также анализ недостатков и преимуществ метода.

Изложение основного материала. В [2] выведена система дифференциальных уравнений в общем развернутом виде для определения неизвестных, действующих по линиям рассечения ребристой системы на отдельные тавровые или двутавровые балочные конечные элементы. Число неизвестных функций в каждой плоскости рассечения в общем случае может быть равно четырем (для тавровых сечений) или восьми (для двутавровых сечений). Частные случаи системы (сборные пустотные, сборные ребристые, монолитные сплошные и ребристые) получаются путем соответственного исключения неизвестных функций из общей системы. Общая система предполагает постоянные (хотя и разные) жесткости ребер и полок по длине балочного конечного элемента.

Если в ребрах и полках образуются трещины, то система дифференциальных уравнений будет иметь переменные коэффициенты. Этого можно избежать при использовании способа фиктивных усилий, предложенного автором. При этом как жесткости ребер на кручение, так и цилиндрические жесткости полок считаются постоянными по длине ребер (пролету перекрытия).

Алгоритм итерационного расчета с использованием общей системы дифференциальных уравнений имеет вид [1]:

- на нулевой итерации из решения общей системы уравнений при отсутствии фиктивных сил по линиям рассечения определяется внутренние неизвестные функции усилий (например, при рассмотрении сборного варианта – функции вертикальных усилий *S(x)*, где *x* – координата вдоль пролета ребра);

- пролет плиты (ребра) предварительно разбивается на определенное количество участков длиной Δl (вполне достаточно 10 участков). На каждом *i*-том участке определяется суммарная вертикальная сила Q_i от действия усилий *S(x)* на длине Δl. От действия сил Q_i по методике СНиП (или любой известной методике определения перемещений элемента с трещинами) определяются перемещения конца консоли (полки таврового балочного конечного элемента) с учетом образования трещин Δ_{mp}. Следует отметить, что можно не делить пролет ребра на определенное количество участков, а рассматривать участки единичной длины, т.е. непосредственно эпюру *S(x)*;

- если перемещения с учетом трещинообразования Δ_{mp} больше перемещений в предположении упругой работы Δ_y, то на этом участке прикладываются фиктивные силы $S_f(x)$, величина которых равна нагрузке, от которой конец упругой (с начальной жесткостью) консоли полки перемещается на величину, равную разнице Δ_{mp}-Δ_y. При этом могут быть участки как без фиктивных сил, так и с наличием таковых. Другими словами эпюра $S_f(x)$ является неравномерной и может быть в том числе скачкообразной;

- вновь решается основная система дифференциальных уравнений, теперь уже при наличии в правой части функций фиктивных усилий $S_f(x)$. Определяются *S(x)* и процесс повторяется до тех пор, пока величины *S(x)* на последней итерации не будут отличаться от *S(x)* на предыдущей итерации на заведомо заданную величину погрешности.

Следует отметить, что фиктивные силы участвуют лишь в выражениях изгиба полок, так как они призваны добавить перемещения полок от уменьшения их жесткости в результате трещинообразования.

Если трещины образуются в ребрах, то в результате их образования и изменения крутильной жесткости ребра мы можем получить на рассматриваемой итерации перемещения от действия сил *S(x)*, а затем приложить фиктивные силы, которые бы создали перемещения конца консоли полки, равные перемещениям от кручения ребра с трещинами. Таким образом всегда решается система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, что, как известно, существенно упрощает ее решение, хотя при этом учитываются переменные жесткости ребер и полок отсеченных тавровых элементов.

Преимущество метода фиктивных нагрузок в сочетании с общей системой дифференциальных уравнений заключается в том, что жесткости на кручение ребер и полок ребристой системы могут приниматься с реальным изменением их значений. В таком случае можно отказаться от использования метода эквивалентных жесткостей, который может привести к существенным погрешностям при резком изменении жесткостей.

Рассмотрим важность учета реальной крутильной жесткости по сравнению с эквивалентной на примере двухребристой системы с полкой, расположенной по центрам тяжести ребер. Пролет системы 5000мм. Левое ребро имеет постоянную изгибную и крутильную жесткость (брус сечением 250х250мм). Полка имеет толщину 50 мм и соединена посреди шарниром. Правое ребро имеет постоянную изгибную жесткость, а крутильная жесткость изменяется ступенчато из условия, что на левой опоре сечение 150х150мм на длине 1500мм. На остальной части длиной 3500мм крутильная жесткость рассчитывается из условия размеров сечения 250х250мм.

На рис. 1 показаны эпюры вертикальных усилий взаимодействия для вышеприведенной системы при представлении крутильной жесткости реальной и эквивалентной (из условия равенства максимального угла поворота). Из рисунка видно, что разница учета реальной и эквивалентной жесткостей может быть существенной, что говорит в пользу разработанного метода, учитывающего реальное распределение жесткостей по длине элементов ребристой системы, которое достигается с помощью метода фиктивных усилий.

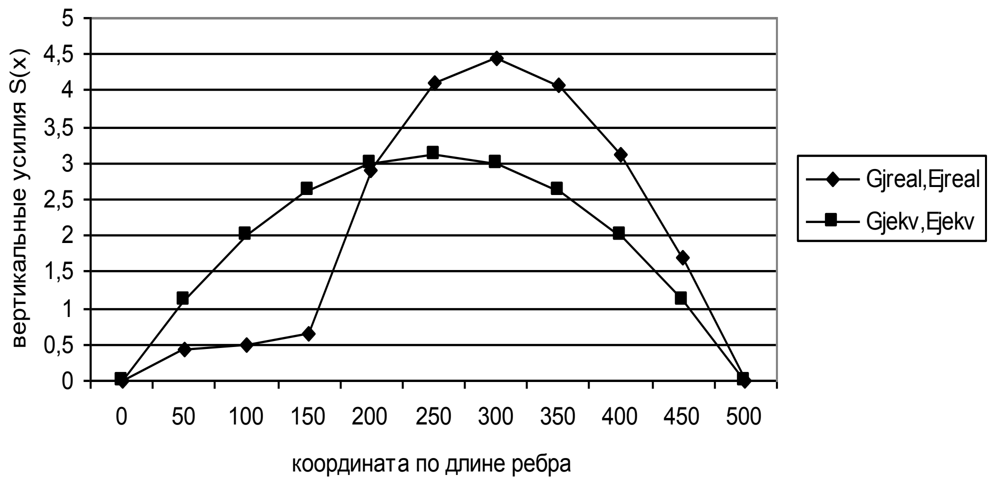

Рис. 1. Эпюры вертикальных усилий для двухребристой системы при эквивалентной и реальной жесткостях ребра

При определении жесткостных характеристик полок ребристой системы следует учитывать их двухосное напряженное состояние.

Момент трещинообразования в полках ребристой системы можно определять по формулам для плит, предложенным В.М. Бондаренко [5]:

$$M^{y}_{crc} = k_{1,y} M^{bal}_{crc,y}; \qquad M^{x}_{crc} = k_{1,x} M^{bal}_{crc,x}, \tag{1}$$

где $k_{1,x}=1$ при $M_y/M_x=0$; $k_{1,x}=1-\mu$ при $M_y/M_x=1$;
$k_{1,y}=1$ при $M_x/M_y=0$; $k_{1,y}=1-\mu$ при $M_x/M_y=1$.

Здесь M_y – поперечные изгибающие моменты в полках, равные (см. рис. 2):

$$M_y=m_{i-1}+S_{i-1}\cdot y; \tag{2}$$

M_x– изгибающий момент в продольном направлении от действия внешней нагрузки, полученный из решения основной задачи определения внутренних усилий.

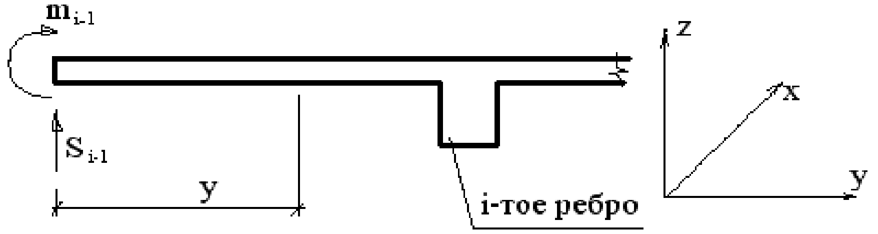

Рис. 2. Схема к определению поперечных изгибающих моментов

Величины $k_{1,x}$, $k_{1,y}$ рекомендуется определять по формулам, предложенным В.М. Бондаренко и А.Л. Шагиным:

$$k_{1,x} = 0.765 + 0.235 \cdot e^{-\frac{M_y}{M_x}} \qquad k_{1,y} = 0.765 + 0.235 \cdot e^{-\frac{M_x}{M_y}}. \tag{3}$$

При расчете ребристых систем, опертых продольными сторонами, важную роль играет кручение полок. Не учет этого фактора может привести к существенным погрешностям. Использование основных уравнений [2] с предложениями учета кручения полок [1] позволяет существенно уточнить определяемые усилия. При этом следует учитывать крутильную жесткость полок железобетонной ребристой системы.

Известно, что при упругой работе жесткость на кручение определяется по формуле:

$$H = \sqrt{D_x D_y}\,, \tag{3}$$

и после появления трещин – по предложению В.Н. Байкова [4]:

$$H = (D_x + D_y)/8, \tag{4}$$

где D_x, D_y – цилиндрические жесткости полки в направлении пролета ребер перекрытия и в поперечном направлении, которые определяются по формулам [5]:

$$D_x = E_x^{ин}\left[\frac{X_x^3}{12} + X_x\left(q_{0x} - \frac{X_x}{2}\right)^2\right] + \frac{\beta_s E_s A_{sx}}{\psi_s (1-\mu_{sx})}(h_{0x} - q_{0x})^2;$$

$$D_y = E_y^{ин}\left[\frac{X_y^3}{12} + X_y\left(q_{0y} - \frac{X_y}{2}\right)^2\right] + \frac{\beta_s E_s A_{sy}}{\psi_s (1-\mu_{sy})}(h_{0y} - q_{0y})^2, \tag{5}$$

а интегральные модули деформаций в направлениях x и y в общем случае не равны и определяются по формулам В.М. Бондаренко:

$$E_x^{ин} = \frac{1}{1-\mu_b} E_{x,bal}^{ин}; \quad E_y^{ин} = \frac{1}{1-\mu_b} E_{y,bal}^{ин}, \tag{6}$$

где $E_{x,bal}^{ин}$ и $E_{y,bal}^{ин}$ - соответственно интегральные модули деформаций, определяемые для одноосного (балочного) напряженного состояния.

В связи с разными выражениями для жесткости на кручение при наличии и отсутствии трещин жесткость на кручение полок ребристой системы в общем виде рекомендуется определять по предложениям В.М. Бондаренко и А.Л. Шагина для сплошных железобетонных плит:

$$H = \left[0.5 - 0.375\left(\frac{M}{M_{ult}}\right)\right](D_x + D_y), \tag{7}$$

где M_{ult} – несущая способность сечения; M – изгибающий момент в поперечном направлении в полке перекрытия. При этом имеется ввиду полоса полки шириной, равной единице (ширина полоски вдоль пролета отсеченного таврового элемента плитно-ребристой системы).

Предложенный подход для определения жесткостных характеристик не учитывает частного влияния на анизотропию плиты дискретных углов наклона трещин, а оценивает его интегрально общим снижением жесткостей в зависимости от соотношения взаимно перпендикулярных моментов M_x и M_y. В момент, непосредственно предшествующий разрушению, несущая способность рассматриваемого сечения существует, и жесткость имеет хоть минимальную, но конечную величину, определяемую по вышеприведенным принципам. С увеличением нагрузок нарастание усилий в этих сечениях тормозится вследствие их перераспределения и уменьшения жесткостей. Таким образом, работа сечения от упругой и до исчерпания несущей способности рассматривается с единых позиций – итерационного изменения жесткостей.

Ввиду сложной картины разрушения (наличие трещин в ребрах, полках пролетного строения или перекрытия) за критерий разрушения рекомендуется принимать беспредельный рост перемещений наиболее деформированного участка системы. Этот подход вполне оправдан по нескольким причинам. При разрушении какого-либо участка, например, полная текучесть арматуры в полке (рис. 3) рассматриваемый элемент при дальнейшем нагружении работает как отдельно работающий балочный элемент с собственной внешней нагрузкой q_i и предельными усилиями S_{i-1}, S_i, m_{i-1}, m_i, которые при дальнейшем увеличении нагрузки могут только уменьшаться или оставаться постоянными ввиду исчерпания несущей способности полки. Следовательно «поддерживающая» способность полки будет постоянной, а внешняя нагрузка все больше и больше деформировать рассматриваемый элемент (среднее ребро на рис. 3).

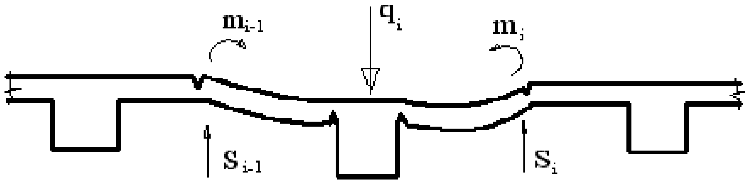

Рис. 3. Схема к критерию потери несущей способности

Если исчерпается несущая способность сечения на кручение для крайних элементов ребристой системы, то этот фактор также будет способствовать увеличению перемещений наиболее деформированных средних плит. Логичность такого подхода подтверждается экспериментальными данными, когда при разрушении железобетонного перекрытия максимальные прогибы оказываются в середине ячейки.

Ввиду отсутствия методик определения деформаций от кручения при достижении крутящего момента M_t величины несущей способности сечения на кручение $M_{t,ult}$ следует проверить прочность сечения на изгиб с кручением ребра и условно считать, что текущая жесткость на кручение сечения при данном крутящем моменте определяется по формуле:

$$GI_t = \left(1 - \frac{M_t}{M_{t,ult}}\right) GI_t^{nach} \le GI_t^{nach}, \tag{8}$$

где GI_t^{nach} - начальная жесткость сечения на кручение.

Это соответствует условной упругопластической работе сечения при кручении.

Суммарная крутильная жесткость таврового элемента (ребра с полками) принимается равной:

$$GI_t = GI_{pol}^l + GI_{pol}^r + GI_{reb}, \tag{9}$$

где $GI_{pol}^l = H_l \cdot D_l$; $GI_{pol}^r = H_r \cdot D_r$ - соответственно крутильные жесткости полоски единичной ширины полки слева и справа тавра, определенные по (7); GI_{reb} – крутильная жесткость ребра, определяемая по (8).

Подводя итог, отметим, что методика, описанная выше, позволяет в полной мере определить жесткостные характеристики инженерными методами с учетом неодноосного напряженного состояния, интегральной оценки различного рода трещин в ребрах и полках железобетонного ребристого перекрытия.

Схема для учета трещин в железобетонной ребристой системе с использованием основных уравнений [2] приведена на рисунке 4 на примере сплошной плиты, разбитой на 4 балочных элемента. На рис. 4,б показан выделенный крайний балочный элемент с действующими усилиями. Наклонные трещины в полке появляются от действия на консоли шириной a крутящих моментов m_t, вертикальных сил S_i и поперечных изгибающих моментов m_i. Чем ближе к центру пролета выделенного элемента, тем меньше значения крутящих моментов и тем меньше наклон трещины и преобладание изгибной трещины. При этом крутильные жесткости полок определяются интегрально по вышеприведенной методике.

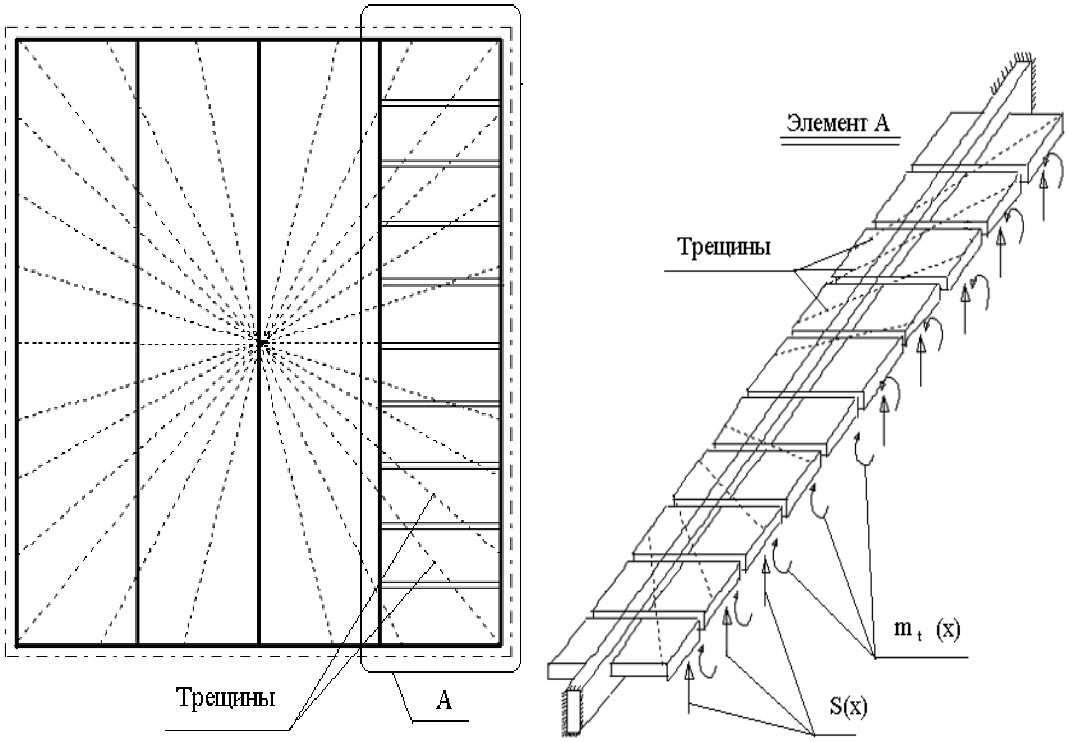

Рис.4. Схема для учета трещин в железобетонной плите, опертой по контуру, условно расчлененной на четыре балочных элемента (а) и крайний балочный конечный элемент (б) с наклонными трещинами в полках

Преимущества разработанного метода. Выше было отмечено, что практически все методы расчета пролетных строений мостов и перекрытий, основанные на расчленении ребристой системы на отдельные тавровые (в общем случае) балки, являются аппроксимационными. Во многих случаях это приводит к желаемому результату. Однако, имеется также много случаев, когда применение аппроксимационных методов очень затруднительно, а то и вовсе невозможно.

Метод П.Ф. Дроздова [10] является точным, но с его помощью возможно решение только частных задач (сборных систем с учетом только вертикальных сил взаимодействия).

В предложенной автором теории ребристая система также разбивается на отдельные тавровые балочные элементы, но усилия в продольных сечениях определяются из решения дифференциальных уравнений, т.е. в части определения этих усилий задача решается точно.

Точность расчета аппроксимационных методов зависит от количества точек по длине продольного сечения, в которых выполняются условия совместности деформаций. В предложенном в [1] методе условия совместности выполняются дифференциально, т.е. в бесконечном множестве точек. Предложенный метод расчета позволяет без труда и особых изменений рассчитывать ребристые и сплошные системы с переменной жесткостью ребер и полок, с отверстиями и дефектами в полках и ребрах.

Выведенная в [2] система дифференциальных уравнений в общем виде достаточно просто преобразуется в частные задачи, когда из общей системы исключаются отдельные составляющие. Предложенные в этих работах методики позволяет решать достаточно большой круг задач по определению напряженно-деформированного состояния сплошных и ребристых, сборных и монолитных перекрытий и мостовых сооружений. Методы позволяют также определять НДС плит, опертых по двум, трем и четырем сторонам. Небольшие изменения в основной системе уравнений позволяют рассчитывать сборные ребристые системы.

Одним из существенных преимуществ предложенного общего метода является возможность учета продольного изгиба, что вовсе невозможно при расчете аппроксимационными методами, т.к. это возможно только с помощью решения дифференциального уравнения. Предложенный метод позволяет также по единой методике рассчитывать ребристые системы, лежащие на сплошном упругом основании.

Преимуществом предложенного метода по сравнению с аппроксимационными является возможность учета осадки опор ребер, когда последние опираются на податливые конструкции – ригели, балки, а также возможность расчета ребристой системы с заданными неточностями монтажа. В случае осадки опор граничные условия для неизвестных усилий, подлежащих определению, не являются нулевыми и поэтому использование тригонометрических рядов по синусам, являющихся основными аппроксимирующими функциями в приближенных методах, невозможно, что сводит на нет их применение в таких случаях. Предложенный же метод позволяет решать подобные задачи по той же общей системе дифференциальных уравнений; отличием является лишь то, что изменяются граничные условия уравнений.

При расчете ребристых или сплошных систем с переменной по длине пролета жесткостью в предложенном методе могут быть использованы любые зависимости изменения жесткостей по длине, в том числе скачкообразные, в виде полиномов, рядов Фурье, табличного задания и др. То же можно сказать и о жесткости полок, о расчете перекрытия с поперечными ребрами.

Серьезным преимуществом предложенного метода от расчета с использованием программных комплексов типа «Recon» и «Мираж» является возможность учета образования различных трещин в полках и ребрах ребристой системы. При этом задача может решаться как с использованием эквивалентных упругих элементов, так и с использованием переменной по длине линейного конечного элемента жесткостью, зависящей от наличия или отсутствия по длине элемента трещин. При этом учет трещин производится в автоматическом режиме в программе для ЭВМ, которая является очень простой и которую может составить даже непрофессиональный программист, что также является достаточно важным фактором в пользу практического применения предложенного метода.

Отдельно следует остановиться на преимуществах разработанного метода по сравнению с методом конечных элементов. Известно, что точность метода конечных элементов в значительной степени зависит от количества последних в рассчитываемой системе. Так, при расчете обычной статически определимой консоли, моделируемой плоскими конечными элементами, если количество КЭ равно 100 шт. погрешность по сравнению с точными методами составляет 5%. При количестве КЭ, равном 50 погрешность составляет уже 7%, а при количестве, равном 40 – 30%. Предложенный же метод позволяет рассчитывать пролетные строения и перекрытия, расчленяя последнее на совсем небольшое количество статически определимых балочных элементов. На первый взгляд при таком стремительном развитии ЭВМ может показаться, что нет недостатка в большом количестве конечных элементов. Однако, известно, что при большом количестве уравнений в системе существенно повышается риск ошибки. Кроме того, при огромном количестве уравнений нет никакой гарантии проверки правильности решения системы. Наконец, по поводу количества конечных элементов следует иметь в виду личностный фактор. Как бы быстро не была способна ЭВМ решить систему – анализировать результаты должен человек; задавать исходные данные должен человек. И в этом аспекте уменьшение количества конечных элементов при такой же точности имеет особую важность не зависимо от развития ЭВМ.

Рассмотрим теперь проблемы задания жесткостных параметров. Если задача решается с учетом трещинообразования требуется в процессе итераций изменять изгибную, крутильную и осевую жесткости. При задании, например, тавровой балки плоскими конечными элементами приходится задавать не жесткость, а линейные размеры (ширина, длина, толщина) элемента, его модуль упругости, коэффициент Пуассона. Если даже попытаться задать эквивалентную жесткость, то это создаст непреодолимые трудности, так как линейные размеры входят в формулы различных жесткостных характеристик с различными степенями. В предложенном же методе жесткостные параметры элементов перекрытия задаются напрямую по формулам, по значениям, определенным из эксперимента и т.п. Кроме того, в пределах одного конечного элемента (тавровой или прямоугольной балки) жесткость может изменяться по длине по любой известной функции, а в МКЭ следует разбить на конечные элементы еще и по длине. Можно, конечно применить стержневые конечные элементы, но и при этом по длине балки следует задать достаточно большое количество таких элементов.

При вариантном проектировании достаточно часто требуется определить какое-либо перемещение или усилие на определенном участке или даже в отдельной точке (например, в середине пролета). Причем это усилие или перемещение требуется определять многократно для исследования влияния какого-либо фактора (например, жесткости, расположения нагрузки и т.п.). Даже в таком случае расчетная схема МКЭ должна содержать достаточно большое количество конечных элементов для получения требуемой точности. Расчет по предложенной теории свободен от этого недостатка, т.к. можно получить решение дифференциального уравнения в одной точке с требуемой точностью, не разбивая пролет балки (плиты) на большое количество элементов. Также при вариантном проектировании, когда требуется получить какой-либо результат при различных параметрах перекрытия расчетную схему МКЭ следует постоянно изменять (например, для изменения жесткостных параметров тавровой балки). В предложенном же методе можно изменять жесткостные параметры в автоматическом режиме.

Если использовать конечно-элементную систему со стержневыми конечными элементами, то следует отметить, что количество неизвестных в этом случае все равно значительно превышает количество неизвестных, получающихся в предложенном методе. В итерационном расчете по предложенному методу при определении углов поворота ребер с трещинами последние разбиваются по длине на определенное количество участков. Углы поворота определяются как суммы углов поворота отдельных участков. Однако, количество неизвестных и при этом остается малым, т.к. суть расчета с использованием основной системы не изменяется.

Отличие предложенного метода от метода Б.Е. Улицкого [23] заключается в том, что переменные жесткости по [23] принимаются эквивалентными, а по предложению автора – с реальной функцией изменения жесткости. При этом расчет проводится с помощью итераций, но при образовании трещин в любом случае расчет должен быть итерационным. Таким образом, метод Б.Е. Улицкого можно считать частным случаем метода, предложенного автором.

Метод И.А. Трифонова [11,21] также предполагает равенство перемещений по линиям рассечения только в месте, где эти перемещения (и углы поворота) максимальные. Такое упрощение, как показали исследования, при резком изменении жесткостей особенно вблизи опор приводят к существенным погрешностям. В предложенном же методе рассматривается равенство перемещений во всех точках по линиям рассечения. Кроме того, в методе И.А. Трифонова не учитываются усилия поперечного распора.

В предложенном методе число функциональных неизвестных всегда является постоянным и при упругом расчете, и при расчете с помощью итераций, и при расчете с помощью фиктивных сил.

При общности метода автора с дискретно-континуальным методом А.И. Лантуха-Лященко (при том, что оба метода базируются на основных положениях В.З. Власова) отличие метода автора состоит в том, что система уравнений в методе А.И. Лантуха-Лященко решается с помощью интегральных уравнений, а в методе автора – напрямую с помощью рядов. В методе автора выведена развернутая система дифференциальных уравнений; при этом учтены такие факторы, как учет сил распора, учет укорочения полок в поперечном направлении, учет кручения полок. При резком изменение жесткостей ребер интегральные методы существенно теряют точность. Этот недостаток интегральных методов по сравнению с дифференциальными отмечал еще В.М. Бондаренко в [5] при расчете железобетонных плит.

При переменных жесткостях ребер в методе автора используется условие равенства не перемещений, а кривизн $\frac{1}{\rho}EI_i = M_i$, что позволяет напрямую использовать переменные жесткости ребер.

Кроме того, метод автора позволяет с помощью фиктивных сил рассчитывать конструкции с учетом трещинообразования в полках, учета изменения крутильной жесткости ребер. Количество неизвестных при численной реализации методов в методе автора меньше, т.к. всего неизвестных *4n* в общем случае, которые определяются *m* раз (*n* – число продольных сечений, *m* – число суммирования ряда), а в методе А.И. Лантуха-Лященко – *4nm*, т.к. интеграл вычисляется по формуле трапеций делением пролета на *m* точек, хотя и количество точек меньше, чем в МКЭ.

Преимуществом метода А.И. Лантуха-Лященко является то, что он позволяет решать более широкий круг задач. Но для рассматриваемого класса железобетонных ребристых систем метод автора имеет вышеупомянутые преимущества.

При вариантном проектировании (как было сказано выше) при определении усилия в одной точке в интегральном методе все равно пролет следует делить по длине на несколько точек, а в методе автора – достаточно рассмотрения одной точки, в которой необходимо определить перемещение или усилие.

По сравнению с существующими методами стержневой аппроксимации плитных конструкций в методике, разработанной автором, учитываются деформации кручения стержней, разработаны принципы подбора их жесткостных характеристик, что позволяет не использовать диагональные стержни, а применять только взаимно перпендикулярные. Учет кручения полок, как было показано в [1], позволяет повысить точность расчетов до 30% и выше в зависимости от толщины полок. Методики Б.Е. Улицкого, А.С. Семченкова, И.А. Трифонова не учитывают кручение полок, что делает разработанную методику учета этого фактора особенно важной.

В настоящей статье впервые предложена методика определения жесткости на кручение таврового элемента, в полках и ребрах которого имеются нормальные и наклонные трещины. Существующие методы расчета плитно-ребристых систем не позволяют расчетным путем определять жесткости на кручение элементов ребристых перекрытий, что отражается на точности расчета. Кроме того, в предложенной методике определения жесткостных характеристик учитывается двухосное напряженное состояние полок ребристых перекрытий с помощью интегральной оценки трещинообразования. Метод автора является более общим и имеет бóльшие возможности для расчета с учетом образования различных трещин и дефектов в виде резкого изменения жесткостей.

Выводы и перспективы исследований. Предложен новый метод расчета изгибаемых строительных конструкций вообще (перекрытия, плиты, мостовые сооружения), имеющий единый подход к расчету различных систем, использующий дискретно-континуальную модель, являющуюся точной в части определения усилий вдоль линий рассечения и приближенной в части деления системы на определенное число балочных элементов. Выведена система дифференциальных уравнений в общем развернутом виде и таким образом развиты и расширены основные принципы, положенные В.З. Власовым. Метод позволяет решать широкий круг задач по расчету различных железобетонных пролетных строений, перекрытий и покрытий.

В качестве перспективы следует отметить распространение предложенного метода на расчет с учетом длительных процессов и ползучести железобетона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета: Дисс. … докт. техн. наук: 05.23.01 / Полтавский национальный технический университет. – Полтава, 2006. – 406 с.
2. Азизов Т.Н. Теория пространственной работы перекрытий. – Киев: Науковий світ, 2001. – 276 с.
3. Байков В.Н. Расчёт сборного панельного перекрытия на местную продольную линейно-сосредоточенную нагрузку // Проектирование железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1966. – 380 с.
4. Байков В.Н., Бедов А.И., Фролов А.К. Эффект крутящих моментов и распоров в железобетонных плитах, опертых по контуру // Строительная механика и расчет сооружений. – 1992. - № 3. – С. 41-48.
5. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. – М.: Стройиздат, 1982. – 287 с.
6. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы. – М.: Госстройиздат, 1958. – 502 с.
7. Гибшман М.Е. Проектирование транспортных сооружений. – М.: Транспорт, 1980. – 391 с.
8. Горнов В.Н. Исследование прочности и жёсткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов // Материалы и конструкции в современной архитектуре. – М.: Стройиздат, 1950.
9. Донченко В.Г. Пространственный расчёт балочных автодорожных мостов. – М.: Дориздат, 1953.
10. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. – М.: Стройиздат, 1977. – 223 с.
11. Железобетонные конструкции: Спец. курс. Учеб. пособие для вузов / В.Н. Байков, П.Ф.Дроздов, И.А.Трифонов и др.; Под ред. В.Н. Байкова. – М.: Стройиздат, 1981. – 767 с.
12. Кваша В.Г., Собко Ю.М., Стечишин С.М. Експериментальне дослідження просторового розподілу зусиль в прольотній будові моста по ТП. Вип 56 // Проблеми теорії і практики будівництва. Том V. – Львів: ДУ Львівська політехніка, 1997. – С. 17-23.
13. Лантух-Лященко А.И. Дискретно-континуальный метод сил в расчетах транспортных сооружений. // Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. - № 1 – С. 28-33.
14. Лантух-Лященко А.И. Развитие дискретно-континуальных методов расчета комбинированных систем: Автореф. дисс. … докт. техн. Наук: 05.23.17/ КИСИ. – К., 1992. – 30 с.
15. Лифшиц Я.Д., Онищенко М.М., Шкуратовкий А.А. Примеры расчёта железобетонных мостов. – К.: Вища школа, 1986. – 263 с.
16. Назаренко Б.П. Железобетонные мосты. Учебник для студентов автодорожных вузов. М.: Высш. школа, 1970. – 432 с.
17. Пастернак П.Л.Исследование пространственной работы монолитных железобетонных конструкций // Сб. тр. МИСИ. – М., 1940. – Вып. 4.
18. Поливанов Н.И. Железобетонные мосты на автомобильных дорогах. – М.: Автотрансиздат, 1956.
19. Семченков А.С. Пространственно–деформирующиеся железобетонные диски перекрытий многоэтажных зданий. Эксперементальные исследования, практические методы расчета и проектирование: Дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. – М., 1991. – 703 с.
20. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы / Александров А.И. и др. – М.: Стройиздат, 1983. – 488 с.

21. Трифонов И. А. Исследование пространственно-деформируемых железобетонных плитно-балочных и коробчатых систем: Дисс. ... докт. техн. наук. – М., 1970.

22. Трифонов И.А, Складнев Н.Н. Практический метод расчёта распределения рядовой сосредоточенной нагрузки в пролётных строениях балочных мостов // Известия вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1968. – №10. – С. 29-32.

23. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А, Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. – М.: Транспорт, 1967. – 404 с.

24. Уткин В.А Об одном способе пространственного расчёта балочных пролётных строений // Сб. тр.: Сибирского автомобильно-дорожного института. – Омск, 1971. – Вып. 4. – С. 59-75.

25. Homberg H. Ьber die Lastverteilung durch Schubkrafte, Theorie des Plattenkreuzwerks. “Stahlbau”, 21, H. 3, s. 42-43, H. 4, s. 64-67, H. 5, s. 77-81, 1952.