

МІСЯЦЬ І ЗЕМЛЯ В АСТРОНОМІЧНИХ ЗАДАЧАХ

Ігор ТКАЧЕНКО, кандидат педагогічних наук, доцент Уманського
ДПУ імені Павла Тичини

Петро Товбушенко, викладач фізики і астрономії Уманського
агротехнічного коледжу УНУС

Відомо, що у серпні і вересні 2014 р. супутник Землі перебував найближче до нашої планети – на відстані, близько 356000 км. Найбільша відстань Місяця від Землі становить біля 408000 км. В зв'язку з таким розташуванням нашого супутника виникає цілий ряд цікавих питань, які варто, на наш погляд, детально розглянути. Для цього скористаємося схемами, що наведені на малюнках 1, 2 і 3.

В положенні Місяця $l_1 = 408000$ км його радіус позначимо $A_1O_1 = R_1$. На відстані $l_2 = 356000$ км $R_1 = R_2 + \Delta R$ (див. мал. 1). Іншими словами, з мал. 1 видно, що у першому віддаленому положенні Місяця його радіус R_1 бачимо як R_2 , тобто у ближчому розташуванні для спостерігача радіус Місяця візуально буде на ΔR кілометрів більший: $\Delta R = R_1 - R_2$. Виникає низка запитань, на які пропонуємо наступні тлумачення.

1. На скільки відсотків ми бачимо Місяць більшим, коли він буде на відстані $l_2 = 356000$ км, тобто порівняємо його радіуси (або діаметри) на різних відстанях l_1 і l_2 .

З подібності трикутників A_1O_1O і A_2O_2O (мал. 1) одержимо:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}; \quad R_2 = R_1 - \Delta R; \quad \text{отже: } \frac{R_1}{R_1 - \Delta R} = \frac{l_1}{l_2},$$

$$\text{звідки: } \Delta R = \frac{R_1 \Delta l}{l_1}; \quad (\Delta l = l_1 - l_2).$$

У відсотках маємо таку відповідь:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R_1} \cdot 100\% ; \quad \varepsilon = \frac{R_1 \frac{\Delta l}{l_1}}{R_1} = \frac{\Delta l}{l_1} ; \quad \Delta l = 52000 \text{ км} ;$$

$$\varepsilon = \frac{52000}{408000} \cdot 100\% = 13\% ; \quad \varepsilon = 13\% .$$

2. На скільки відсотків Місяць займає на небесній сфері більшу площу (візуально) в положенні l_2 , ніж в l_1 (див. мал. 2).

$$\varepsilon = \frac{\Delta S}{S} ; \quad \varepsilon = \frac{\pi R_1^2 - \pi R_2^2}{\pi R_1^2} = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2} = \frac{R_1^2 - \left(R_1 - \Delta R \right)^2}{R_1^2} =$$

$$= \frac{R_1^2 - \left(R_1 - R_1 \frac{\Delta l}{l_1} \right)^2}{R_1^2} = 2 \frac{\Delta l}{l_1} - \frac{\Delta l^2}{l_1^2} ; \quad \frac{\Delta l}{l_1} = 0,13 ;$$

$$\varepsilon = 2 \cdot 0,13 - \frac{52000^2}{408000^2} = 0,244 .$$

Відповідь: $\frac{\Delta S}{S} = 24,4\% .$

3. Визначимо кут α_2 , під яким спостерігач бачить Місяць в положенні $l_2 = 356000 \text{ км}$ (мал. 1).

$$\sin \frac{\alpha_2}{2} = \frac{AO_2}{l_2} ; \quad \sin \frac{\alpha_2}{2} = \frac{1740 \text{ км}}{356000 \text{ км}} = 0,0048876 ;$$

$$\frac{\alpha_2}{2} = \arcsin 0,0048876 = 0,28^\circ = 0,28 \cdot 60' = 16,8' ;$$

$$\alpha_2 = 2 \cdot 16,8' = 33,6' ;$$

$$\alpha_2 \approx 34' .$$

Отже, кутовий діаметр Місяця на найближчій відстані буде більшим за середній приблизно на $4'$:

$$34' - 30' = 4' .$$

4. Чи можуть люди, які мають досить гострий зір, без допомоги оптичних приладів спостерігати на Місяці найбільші кратери?

Відомо, що такі кратери («цирки») мають діаметр 200 км і навіть більше. Діаметр Місяця 3480 км у положенні l_2 ми бачимо під кутом $34'$. Обчислимо кут зору, під яким можна бачити кратер:

$$\alpha = \frac{34'}{3480 \text{ км}} \cdot 200 \text{ км} = 1,93', \quad \alpha = 1,93'.$$

З курсу фізики відомо, що гострота зору визначається кутом зору $\alpha \geq 1'$. Отже, спостерігачі з досить гострим зором без допомоги телескопів, біноклів та іншого оптичного обладнання можуть бачити кратери на земному супутнику.

Відомий німецький математик Гаусс згадував, що одного разу він запропонував своїй матері подивитися в астрономічну трубу на Венеру. Математик думав здивувати матір несподіванкою – адже яскрава красива планета Венера в оптичному приладі виглядає як маленький серп. Але здивуватись довелось не матері, а йому самому. Подивившись в окуляр труби, жінка запитала: чому серп в полі зору труби обернений у зворотній бік? Натомість Гаусс зрозумів, що його мати розрізняє фази Венери навіть неозброєним оком.

5. Обчислимо у скільки разів освітленість Землі більша, коли Місяць перебуває на відстані l_2 . Будемо вважати, що наш супутник є точковим джерелом світла.

У положенні Місяця l_1 освітленість поверхні Землі буде E_1 , у положенні l_2 – E_2 (див. мал. 1, 2).

Отже, отримуємо:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{I}{l_2^2}}{\frac{I}{l_1^2}} = \frac{l_1^2}{l_2^2};$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{408000^2 \text{ км}^2}{356000^2 \text{ км}^2} = 1,31; \quad E_2 > E_1 \text{ у } 1,31 \text{ разів.}$$

Без підрахунків було помітно, що освітленість Землі більша, ніж звичайно – коли Місяць знаходиться порівняно далеко.

6. Визначимо, у скільки разів сила, з якою Земля діє на Місяць в його положенні l_2 , більша, ніж в l_1 :

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{G \frac{mM}{l_2^2}}{G \frac{mM}{l_1^2}}; \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{408000^2}{356000^2} = 1,31; \quad F_2 > F_1 \text{ у } 1,31 \text{ разів.}$$

G – гравітаційна стала, m – маса Місяця, M – маса Землі.

7. З якою швидкістю Місяць рухається навколо Землі, перебуваючи на відстані 356000 км від неї?

Знехтуємо силою, з якою Сонце діє на Землю і Місяць, що рухається навколо неї під дією доцентрової сили. Цією доцентровою силою є сила всесвітнього тяжіння (див. мал. 3).

Розглянемо два випадки.

$$1) F_{\text{доц}} = F_{\text{тяж}}; \quad \frac{m v_2^2}{l_2'} = G \frac{mM}{l_2'^2}; \quad \text{звідки } v_2 = \sqrt{\frac{GM}{l_2'}};$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{(356000 + 6400) \cdot 10^3 \text{ м}}} = 1104 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_2 = 1104 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$R = 6400 \text{ км} - \text{радіус Земної кулі}; \quad l_2' = l_2 + R.$$

2) Відомо, що швидкість Місяця на відстані 408000 км прийнято $1024 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Позначимо її v_1 . Для двох положень Місяця l_1 і l_2 запишемо два рівняння

й поділимо одне на друге:

$$\frac{m v_1^2}{l_1} = G \frac{mM}{l_1^2} \quad (1); \quad \frac{m v_2^2}{l_2} = G \frac{mM}{l_2^2} \quad (2),$$

$$\text{звідки: } \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{l_1}{l_2}; \quad v_2 = v_1 \sqrt{\frac{l_1}{l_2}};$$

$$v_2 = 1096 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отже, швидкість Місяця на відстані l_2 буде наближено $1100 \frac{M}{c}$:

$$v_{2_{сер}} = \frac{1096 \frac{M}{c} + 1104 \frac{M}{c}}{2} = 1100 \frac{M}{c}.$$

8. Сидеричний період Місяця дорівнює 27,3 діб. Який сидеричний період мав би Місяць, якби він постійно рухався на відстані 356000 км?

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot l_2}{v_{2_{сер}}}; \quad T_2 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 356000 \text{ км}}{1,1 \frac{\text{км}}{c} \cdot 86400 \text{ с}} = 23,5 \text{ діб}.$$

(1 доба = 86400 с).

9. Відомо, що Місяць відносно зір має кутову швидкість, середнє значення якої близько 13° за одну добу:

$$\omega_1 = \frac{360^\circ}{T}; \quad \omega_1 = \frac{360^\circ}{27,3 \text{ д}} = 13,2 \frac{\text{град}}{\text{д}}.$$

Визначимо кутову швидкість для випадку l_2 :

$$\omega_2 = \frac{360^\circ}{T_2}; \quad \omega_2 = \frac{360^\circ}{23,5 \text{ д}} = 15,3 \frac{\text{град}}{\text{д}}.$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2,1 \frac{\text{град}}{\text{д}}.$$

10. На Землі мають місце припливи і відпливи. Відомо, що кожний наступний приплив (так само і відплив) починається приблизно на 50 хв. пізніше за попередній. Причиною запізньє є рух Місяця у східному напрямі. Виникає питання: чому дорівнює час запізнення припливу для випадку, коли Місяць буде на відомій мінімальній відстані від Землі?

$$\text{Обчислимо цей час: } \Delta t = \frac{2,1}{13,2} \cdot 50 \text{ хв} = 7,96 \text{ хв} \approx 8 \text{ хв}.$$

Отже, кожний наступний приплив (відплив) за таких умов почнеться на 58 хв. (≈ 1 год.) пізніше за попередній.

11. Розглянемо нашу Землю із поверхні Місяця в той час, коли між ними відстань 356000 км. На Місяці немає атмосфери, тому його поверхню ми бачимо чітко і виразно навіть без оптичних приладів. Земля має досить густу атмосферу й промені Сонця розсіюються два рази – коли йдуть до поверхні нашої планети і коли відбиваються від неї. Тому з Місяця нашу планету видно приблизно так, як ми бачимо Венеру – над поверхнею нашого супутника на фоні чорного неба сяє велика срібляста куля з мало помітними материками, океанами, морями, горами.

Відомо, що радіус Землі 6371 км. Отже, спостерігач на Місяці бачить нашу планету більшу, ніж ми бачимо наш супутник, у $\frac{6371 \text{ км}}{1738 \text{ км}} = 3,67 \approx 4$ рази.

Обчислимо кут зору, під яким із Місяця видно Землю (її діаметр):

$$\alpha = \arcsin \frac{2 \cdot 6371}{356000} = 2,05^\circ = 123'.$$

Порівнявши цей кут із кутом 34', одержимо приблизно те саме число: $3,6 \approx 4$. Ось чому за відсутності на Землі атмосфери спостерігач із поверхні Місяця зміг би чітко, без оптичних приладів, бачити не тільки материки та океани, а навіть невеликі моря, гори, острови і т. ін.

І, насамкінець, цікаві астрономічні закономірності про Землю і наш супутник Місяць. Якщо в місячні ночі ландшафти Землі досить добре освітлені, то, в свою чергу, ночі на Місяці від променів повної Землі, диск якої майже в 14 разів більший Місячного, повинні бути надзвичайно світлі. Адже яскравість світила залежить не тільки від його діаметра, величини поверхні, а і від відбиваючої здатності цієї поверхні. Відомо, що Земля у шість разів більше відбиває промені, ніж місячна поверхня. А тому повна Земля повинна майже у 90 разів більше освітлювати поверхню Місяця. В «земні ночі» на Місяці можна читати текст із дрібним шрифтом.

Освітленість місячного ґрунту Землею така велика, що з відстані 400000 км ми розрізняємо нічну частину поверхні Місяця всередині вузького серпа – сіру попелясту поверхню. Уявіть собі 90 повних Місяців та прийміть до ваги, що на нашому супутнику немає атмосфери, яка поглинала б частину

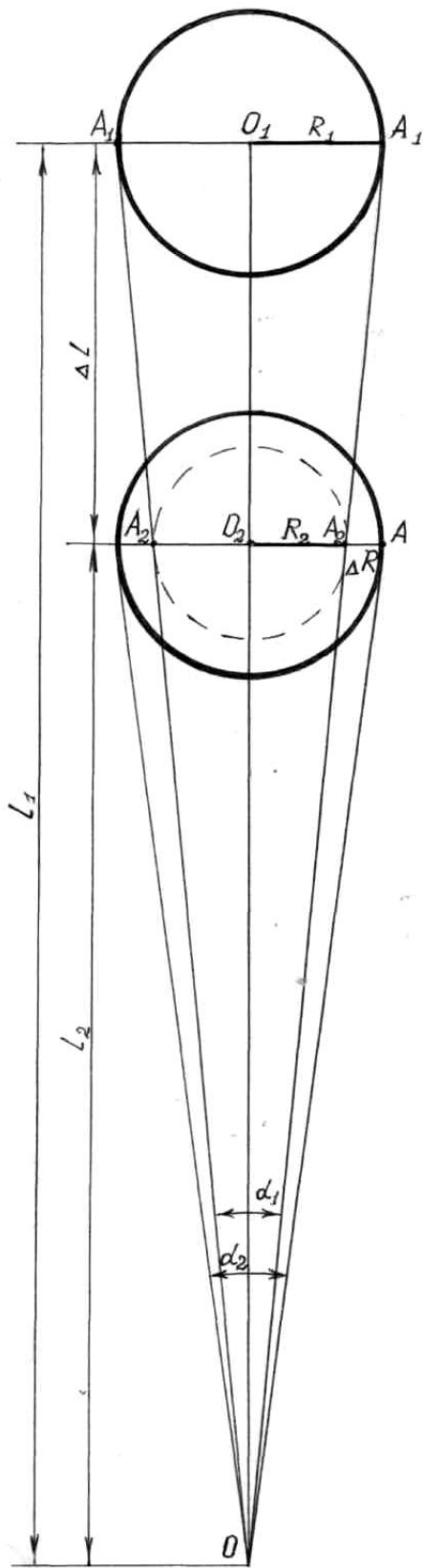
світла, і ви одержите дивовижну картину місячних пейзажів, залитих серед ночі світлом повної Землі.

На нашому небі Місяць сходить і заходить, описуючи свій шлях разом із зоряним куполом. На місячному небі Земля такого руху не виконує. Земля там не сходить і не заходить, а нерухомо висить на небі, займаючи для кожного місця поверхні певне положення. В цей час зорі повільно рухаються позаду нашої планети. Це пояснюється тим, що Місяць під час свого руху завжди повернений до Землі однією і тією частиною своєї поверхні. Якщо Земля перебуває в зеніті якого-небудь кратера, то вона ніколи не покидає свого зенітного положення. Якщо в іншому місці Землю видно над горизонтом, то вона завжди буде в такому ж положенні небесної сфери на тій самій висоті над горизонтом. Зоряне небо позаду Землі здійснює повний оберт на 27 діб і 8 годин, а Сонце «обходить» небозвід за 29,5 діб. Подібні рухи виконують і інші світила – планети Сонячної системи. І тільки одна наша Земля нерухома на чорному тлі Місяця.

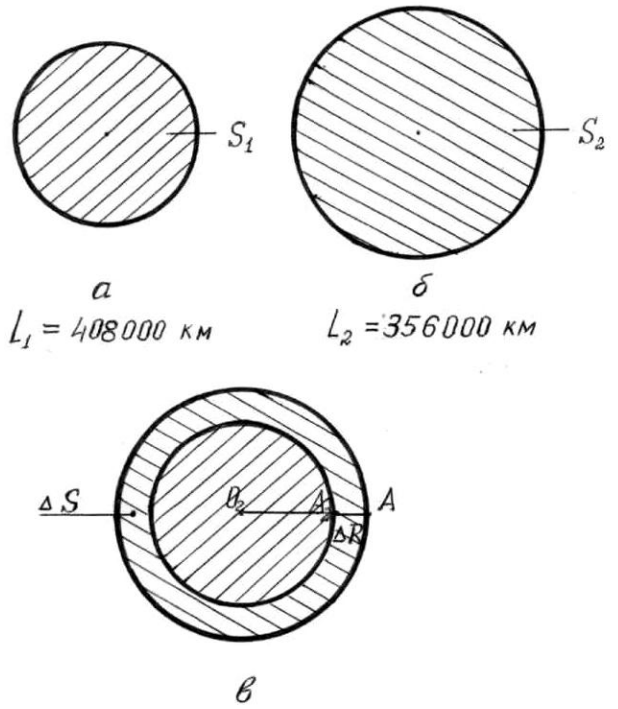
Перебуваючи на Місяці, ми спостерігали б зміну фаз Землі подібно до того, як наш супутник змінює свої фази для жителів нашої планети. Накресливши взаємне розміщення Сонця, Землі і Місяця, можна легко переконатись в тому, що Земля і Місяць повинні демонструвати один одному протилежні фази. Коли ми спостерігаємо настання нового Місяця, місячний спостерігач бачить повний диск Землі – «повноземелля». І навпаки, коли у нас повний Місяць, спостерігач на Місяці зафіксує «новоземелля».

Слід відзначити, що на рівній поверхні Місяця спостерігач бачить лінію горизонту у два рази ближче, ніж на Землі. Це впливає завдяки використанню формули далькості горизонту: $D = \sqrt{2Rh}$,

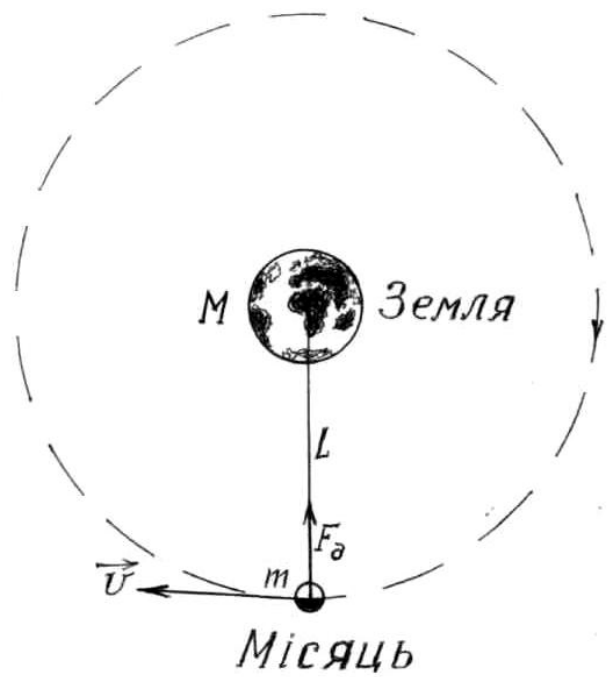
де D – відстань у км від спостерігача до горизонту, R – радіус Землі (Місяця), h – висота спостерігача (середня 170 см – 180 см). На Землі $D \approx 5$ км, на Місяці $D \approx 2,5$ км. Очевидно, що менша відстань від спостерігача до лінії горизонту, також є причиною цікавих спостережень, які можна проводити на Місяці.



Мал. 1



Мал. 2



Мал. 3

Відомості про авторів:

Ткаченко Ігор Анатолійович – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики і астрономії та методики їх викладання УДПУ імені Павла Тичини.

м. Умань, вул. Тищика 11, кв. 78. Тел. 0671819485

Товбушенко Петро Прокопович – викладач фізики і астрономії Уманського агротехнічного коледжу УНУС