

ПІДГОТОВКА ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ПРИЙОМАМ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ШКІЛЬНИХ ЗАДАЧ

Рудницький С.О., викладач кафедри вищої
математики та методики навчання математики
УДПУ ім. Павла Тичини

Професійна культура вчителя математики як сукупність його практичних, матеріальних і духовних надбань, що визначають якість його професійної діяльності, тісно пов'язана з його математичною культурою, загальною педагогічною і психологічною, методичною і інформаційною, мовною і моральною культурою. Вона передбачає допитливість і працьовитість, творчий підхід до справи, вміння постійно вчитися, підвищувати свою кваліфікацію, орієнтуватися у величезному потоці інформації, яка стосується, зокрема і сфери його професійної діяльності [4, с. 10-18].

Як відомо, математика вивчає світ за допомогою абстрактних моделей, у яких реальні величини замінюються математичними поняттями, сталими та змінними величинами, різного роду функціями тощо. Всі ці математичні поняття починають вивчатися у шкільному курсі математики. Поняття вектора запроваджується в шкільному курсі математики та фізики і активно використовується в задачах фізичного змісту (рух, сила тощо), а також детально вивчається на уроках геометрії. Але ж можливості використання поняття і властивостей вектора набагато ширші. Кожне поняття в математиці тим більш вивчене і зрозуміле, чим у більших сферах воно застосовується, та чим більш різноманітних задач за його допомогою розв'язується. Координатно-векторний метод в шкільному курсі застосовується досить рідко, хоч і є досить зручним. Питанням використання векторного та координатного методу при розв'язанні задач займалися Кушнір І.А., С. Шестакович, Майоров В.М., Скопец З.А., Крайзман М.Л., Готман Е.Г., Глаголева Е.Г., Кирилов А.А., Гельфанд І.М. [1, 2, 3]. Координатно-векторний метод зручний також тим, що не потрібно використовувати велику кількість формул, ознак і властивостей

фігур. Тому при підготовці майбутніх вчителів слід приділити особливу увагу векторам на заняттях з елементарної математики, векторного аналізу, аналітичної геометрії тощо.

Для оволодіння будь-якого матеріалу з довільної дисципліни, так і координатно-векторного методу, важливим є вивчення як теорії так і практична діяльність. Проте враховуючи специфіку координатно-векторного методу ми вважаємо доцільним основний акцент приділяти практичній діяльності студентів, тобто розв'язування задач, використовуючи координатний та векторний методи. Розглянемо деякі з них та проаналізуємо переваги та нюанси такого підходу.

1. Знайти найбільше значення функції $f(t) = 4\sqrt{1-t^3} + 2\sqrt{t^3+19}$.

Розв'язання. Не звертаючись до апарату диференціювання, а використовуючи лише базові поняття векторної алгебри, задачі такого типу розв'язати досить легко. Введемо вектор $\vec{a} = (4; 2)$ і $\vec{b} = (\sqrt{1-t^3}; \sqrt{t^3+19})$. Тоді, $f(t) = \vec{a} \cdot \vec{b}$. Тобто, наша функція є скалярним добутком введених векторів. З іншого боку, $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$, де φ - кут між даними векторами. Оскільки вектор \vec{b} є змінним (залежить від змінної t^3), то його можна вибрати так, щоб значення косинуса набувало свого максимального значення +1. Тоді,

$$f(t) = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi = \sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{1-t^3})^2 + (\sqrt{t^3+19})^2} = 20.$$

2. Довести, що для довільних x, y, z виконується нерівність:

$$\sin x \cdot \sin y \cdot \sin z + \cos x \cdot \cos y \cdot \cos z \leq 1$$

Доведення. Рівність одиниці модуля вектора $\vec{a} = (\sin x; \cos x)$ може бути підказкою для вибору координат векторів. Отже, нехай $\vec{a} = (\sin x; \cos x)$ і $\vec{b} = (\sin y \cdot \sin z; \cos y \cdot \cos z)$. Тоді дістаємо

$$\begin{aligned} \sin x \cdot \sin y \cdot \sin z + \cos x \cdot \cos y \cdot \cos z &= \vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \\ &= \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} \cdot \sqrt{\sin^2 y \cdot \sin^2 z + \cos^2 y \cdot \cos^2 z} \leq \sqrt{\sin^2 y \cdot 1 + \cos^2 y \cdot 1} = 1 \end{aligned}$$

Знак рівності отримуємо, наприклад, при $x = y = z = 0$.

3. Довести нерівність $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$, де A, B, C – кути трикутника.

Доведення. Виберемо на сторонах трикутника одиничні вектори \vec{e}_1, \vec{e}_2 і \vec{e}_3 так, як показано на рисунку 1.

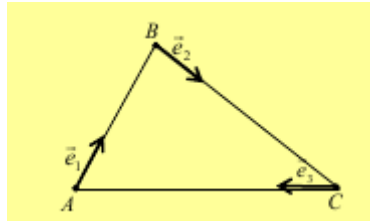


Рис. 1

Із очевидного співвідношення $(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3)^2 \geq 0$ дістаємо

$$\begin{aligned} 3 + 2(\vec{e}_1 \vec{e}_2 + \vec{e}_1 \vec{e}_3 + \vec{e}_2 \vec{e}_3) &= 3 + 2(\cos(\pi - A) + \cos(\pi - B) + \cos(\pi - C)) = \\ &= 3 - 2(\cos A + \cos B + \cos C) \geq 0, \end{aligned}$$

звідки випливає нерівність, яку ми доводимо. Знак рівності виконується для рівностороннього трикутника.

Отже, координатно-векторний метод значно полегшує розв'язування задач, а в деяких випадках задачу взагалі неможливо розв'язати іншими способами, розвиває просторові уявлення та внутріпредметні зв'язки між алгеброю і геометрією.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гельфанд И.М. Метод координат / И.М. Гельфанд, Е.Г. Глаголева, А.А. Нириллов. – М.: Наука. – 1973. – 88 с.
2. Готман Э.Г. Решение геометрических задач аналитическим методом / Э.Г. Готман, З.А. Скопец. – М.: Просвещение. – 1979. – 128 с.
3. Єгорова Г.О. Векторний і координатний методи розв'язування задач / Г.О. Єгорова // Математика в школі. – 2001. – №5. – с. 5 – 11.
4. Николенко Д.Ф., Шкиль Н.И. Становление учителя. – К.: Знание, 1986. – 48 с.