

**Л. Кіпніс**

Професор, д-р фіз.-мат. наук

**Г. Хазін**

Доцент, канд. фіз.-мат. наук

**В. Колмакова**

Механік

Уманський державний  
педагогічний університет,  
м. Умань

УДК 539.375

## ПРО ПОВЕДІНКУ НАПРУЖЕНЬ БІЛЯ КІНЦІВ ТРІЩИНИ У КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ

*Розглянуто плоску статичну симетричну задачу теорії пружності для тріщини у кутовій точці межі поділу двох ізотропних середовищ. Розв'язок задачі побудовано методом Вінера-Хопфа. Досліджено поведінку напружень біля кінців тріщини.*

**теорія пружності, межа поділу середовищ, кутова точка, тріщина, метод Вінера-Хопфа**

Кутові точки пружних тіл у певних проміжках зміни кутів і пружних сталей та за певних крайових умов є гострокінцевими концентраторами напружень, а тому небезпечні з точки зору утворення тріщин, які виходять з них. У зв'язку з цим, значний інтерес для механіки руйнування матеріалів становлять розв'язки задач теорії пружності про тріщини у кутових точках. Дослідженню таких задач присвячено велику кількість наукових праць (особливо у випадку тріщин, що виходять з вершини клина [1 — 7]), але в усіх цих задачах тіло є однорідним.

У механіці руйнування композитних матеріалів широко використовують розв'язки задач теорії пружності для кусково-однорідних тіл з тріщинами. Тому актуальною проблемою теорії пружності є побудова розв'язків крайових задач про тріщини, які виходять з кутових точок кусково-однорідних тіл. У цій статті розглянуто таку задачу — статичну симетричну задачу теорії пружності про тріщину в кутовій точці межі поділу двох ізотропних середовищ.

**1. Постановка задачі.** Розглянемо плоску статичну симетричну задачу теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка містить тріщину скінченної довжини, що виходить з кутової точки. На нескінченності реалізується асимптотика, яка є розв'язком аналогічної задачі без тріщини (задача К), що породжується єдиним на інтервалі  $]-1;0[$  коренем її характеристичного рівняння. Довільну

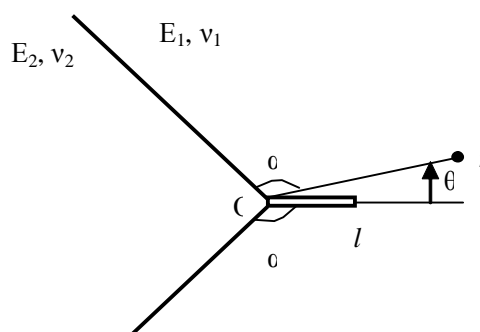


Рис. 1

сталу, яка входить у цей розв'язок, вважають заданою. Вона характеризує інтенсивність зовнішнього поля і повинна визначатись з розв'язку зовнішньої задачі.

Крайові умови задачі мають такий вигляд (рис. 1):

$$\theta = \alpha, \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0, \langle u_\theta \rangle = \langle u_r \rangle = 0; \quad (1.1)$$

$$\theta = \pi, \tau_{r\theta} = 0, u_\theta = 0, \theta = 0, \tau_{r\theta} = 0;$$

$$\theta = 0, r < l, \sigma_\theta = 0; \theta = 0, r > l, u_\theta = 0; \quad (1.2)$$

$$\theta = 0, r \rightarrow \infty, \sigma_\theta = Cgr^{\lambda_1} + o\left(\frac{1}{r}\right). \quad (1.3)$$

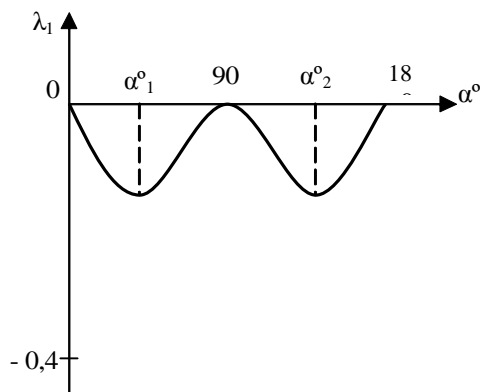


Рис. 2

У цих формулах  $0 \leq \theta \leq \pi$ ;  $\langle a \rangle$  — стрибок  $a$ ;  $C$  — задана стала;  $g(\alpha, e_0, v_1, v_2)$  — відома функція;  $\lambda_1$  — єдиний на інтервалі  $]-1; 0[$  корінь рівняння:

$$\Delta(-\lambda - 1) = 0, \Delta(z) = \delta_0(z) + \delta_1(z)e + \delta_2(z)e^2,$$

$$\delta_0(z) = [\sin 2z(\pi - \alpha) - z \sin 2\alpha](\chi_1 \sin 2z\alpha - z \sin 2\alpha),$$

$$\delta_1(z) = (1 + \chi_1)(1 + \chi_2) \sin^2 z\pi -$$

$$- [\sin 2z(\pi - \alpha) - z \sin 2\alpha] \times$$

$$\times (\chi_1 \sin 2z\alpha - z \sin 2\alpha) - (\sin 2z\alpha + z \sin 2\alpha) \times$$

$$\times [\chi_2 \sin 2z(\pi - \alpha) + z \sin 2\alpha],$$

$$\delta_2(z) = (\sin 2z\alpha + z \sin 2\alpha) [\chi_2 \sin 2z(\pi - \alpha) + z \sin 2\alpha],$$

$$e = \frac{1 + v_2}{1 + v_1} e_0, e_0 = \frac{E_1}{E_2}, \chi_{1,2} = 3 - 4v_{1,2}$$

( $E_1, E_2$  — модулі Юнга;  $v_1, v_2$  — коефіцієнти Пуасона). Вважатимемо, що  $0,1 \leq e_0 \leq 1,0$ .

Залежність кореня  $\lambda_1$  від кута  $\alpha$  якісно зображена на рис. 2 (графік відповідає випадку  $e_0 = 0,5$ ;  $v_1 = v_2 = 0,3$ ;  $\alpha_1^0 \approx 57,3^0$ ;  $\alpha_2^0 \approx 152,6^0$ ). При  $e_0 = 0,1$ ;  $v_1 = v_2 = 0,3$  значенням  $\alpha^0$ , що дорівнюють  $15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0, 105^0, 120^0, 135^0, 150^0, 165^0$ , відповідають значення  $-\lambda_1$ , що дорівнюють  $0,215; 0,310; 0,332; 0,308; 0,203; 0,059; 0,124; 0,202; 0,278; 0,318$ . При  $e_0 = 0,3$ ;  $v_1 = v_2 = 0,3$  ці значення є такими:  $0,068; 0,132; 0,180; 0,184; 0,127; 0,037; 0,081; 0,130; 0,173; 0,168$ . Якщо  $E_1 = E_2, v_1 = v_2$  то  $\lambda_1 = 0$ .

Як показують результати розрахунків,  $g(\alpha) > 0$  при

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, g(\alpha) \text{ при } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, g(0) = g\left(\frac{\pi}{2}\right) = g(\pi) = 0; g = 0,$$

якщо  $E_1 = E_2, v_1 = v_2$ .

Розв'язок сформульованої задачі теорії пружності є сумою розв'язків таких двох задач. Перша відрізняється тим, що замість першої умови (1.2) маємо

$$\theta = 0, r < l, \sigma_\theta = -Cgr^{\lambda_1}, \quad (1.4)$$

а на нескінченності напруження згасають як  $o(1/r)$  (у формулі (1.3) відсутній перший доданок). Друга задача — задача К.

Оскільки розв'язок другої задачі відомий, достатньо побудувати розв'язок першої. Для побудови точного розв'язку першої задачі будемо використовувати метод Вінера-Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Меліна [8, 9].

**2. Рівняння Вінера-Хопфа задачі та його розв'язання.** Застосовуючи інтегральне перетворення Меліна до рівнянь рівноваги, умови спільності деформації, закону Гука, умов (1.1) та враховуючи другу умову (1.2) і умову (1.4), приходимо до функціонального рівняння Вінера-Хопфа:

$$\Phi^+(p) + \frac{\sigma}{p + \lambda_1 + 1} = ctg p \pi G(p) \Phi^-(p), \quad (2.1)$$

$$G(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)}, \sigma = -Cgl^{\lambda_1},$$

$$G_1(p) = [a_0(p) + a_1(p)e + a_2(p)e^2] \sin p\pi,$$

$$G_2(p) = [b_0(p) + b_1(p)e + b_2(p)e^2] \cos p\pi,$$

$$a_0(p) = [\sin 2p(\pi - \alpha) - p \sin 2\alpha] \times$$

$$\times [(1 + \chi_1)^2 - 4(\chi_1 \sin^2 p\alpha + p^2 \sin^2 \alpha)],$$

$$a_1(p) = (1 + \chi_1)(1 + \chi_2) \sin 2p\pi + 4(\sin^2 p\alpha - p^2 \sin^2 \alpha) \times$$

$$\times [\chi_2 \sin 2p(\pi - \alpha) + p \sin 2\alpha] -$$

$$- [\sin 2p(\pi - \alpha) - p \sin 2\alpha] \times$$

$$\times [(1 + \chi_1)(1 + \chi_2) - 4(\chi_1 \sin^2 p\alpha + p^2 \sin^2 \alpha)],$$

$$a_2(p) = -4(\sin^2 p\alpha - p^2 \sin^2 \alpha) \times$$

$$\times [\chi_2 \sin 2p(\pi - \alpha) + p \sin 2\alpha],$$

$$b_0(p) = 2[\sin 2p(\pi - \alpha) - p \sin 2\alpha](\chi_1 \sin 2p\alpha - p \sin 2\alpha),$$

$$b_1(p) = 2\{(1 + \chi_1)(1 + \chi_2) \sin^2 p\pi - [\sin 2p(\pi - \alpha) -$$

$$- p \sin 2\alpha] \times (\chi_1 \sin 2p\alpha - p \sin 2\alpha) - (\sin 2p\alpha +$$

$$+ p \sin 2\alpha) \times [\chi_2 \sin 2p(\pi - \alpha) + p \sin 2\alpha]\},$$

$$b_2(p) = 2(\sin 2p\alpha + p \sin 2\alpha) [\chi_2 \sin 2p(\pi - \alpha) + p \sin 2\alpha],$$

$$\Phi^+(p) = \int_1^\infty \sigma_\theta(\rho l, 0) \rho^p d\rho,$$

$$\Phi^-(p) = \frac{E_1}{2(1 - v_1^2)} \int_0^1 \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) \Big|_{r=\rho l} \rho^p d\rho$$

( $-\varepsilon_1 < Re p < \varepsilon_2, \varepsilon_{1,2}$  — достатньо малі додатні числа).

Функція  $G(it)$  ( $-\infty < t < \infty$ ) є дійсною додатною парною функцією  $t$ , яка прямує до одиниці при  $t \rightarrow \infty$ , тому індекс функції  $G(p)$  відносно уявної осі дорівнює нулю й існує факторизація [10].

$$G(p) = \frac{G^+(p)}{G^-(p)} (\operatorname{Re} p = 0), \quad (2.2)$$

$$\exp \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\ln G(z)}{z-p} dz \right] = \begin{cases} G^+(p), \operatorname{Re} p < 0, \\ G^-(p), \operatorname{Re} p > 0. \end{cases}$$

Функцію  $pctgpp$  можна фактизувати так:  
 $pctgpp = K^+(p)K^-(p)$ ,

$$K^\pm(p) = \frac{\Gamma(1 \mathbf{m} p)}{\Gamma(1/2 \mathbf{m} p)} \quad (2.3)$$

( $\Gamma(z)$  — гамма-функція). За допомогою функції факторизації (2.2), (2.3) рівняння (2.1) перепишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\Phi^+(p)}{K^+(p)G^+(p)} + \frac{\sigma}{(p+\lambda_1+1)K^+(p)G^+(p)} &= \\ &= \frac{K^-(p)\Phi^-(p)}{pG^-(p)} (\operatorname{Re} p = 0). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Використаємо подання

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{(p+\lambda_1+1)K^+(p)G^+(p)} &= \frac{\sigma}{p+\lambda_1+1} \times \\ \times \left[ \frac{1}{K^+(p)G^+(p)} - \frac{1}{K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)} \right] &+ \\ \frac{\sigma}{(p+\lambda_1+1)K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)} & \operatorname{Re} p = 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Підставляючи (2.5) у (2.4), отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{\Phi^+(p)}{K^+(p)G^+(p)} + \frac{\sigma}{p+\lambda_1+1} \times \\ \times \left[ \frac{1}{K^+(p)G^+(p)} - \frac{1}{K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)} \right] &= \\ &= \frac{K^-(p)\Phi^-(p)}{pG^-(p)} - \\ - \frac{\sigma}{(p+\lambda_1+1)K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)} & (\operatorname{Re} p = 0). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Функція у лівій частині (2.6) аналітична у півплощині  $\operatorname{Re} p < 0$ , а функція у правій частині (2.6) аналітична у півплощині  $\operatorname{Re} p > 0$ . Згідно з принципом аналітичного продовження ці функції дорівнюють одній і тій самій функції, що аналітична у всій площині  $p$ .

Виходячи з відомих асимптотик [11]

$$\theta = 0, r \rightarrow l+0, \sigma_\theta \sim \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(r-l)}};$$

$$\theta = 0, r \rightarrow l-0, \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \sim -\frac{2(1-\nu_1^2)}{E_1} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(l-r)}}$$

( $K_I$  — коефіцієнт інтенсивності напружень у кінці тріщини, який підлягає визначенню), за теоремою абелевого типу [8] отримуємо:

$$p \rightarrow \infty, \Phi^+(p) \sim \frac{K_I}{\sqrt{-2pl}}; \Phi^-(p) \sim -\frac{K_I}{\sqrt{2pl}}. \quad (2.7)$$

З (2.2), (2.3), (2.7) випливає, що функції у лівій і правій частинах (2.6) прямують до нуля при  $p \rightarrow \infty$  у півплощинах  $\operatorname{Re} p < 0$  і  $\operatorname{Re} p > 0$  відповідно. За теоремою Ліувіля єдина аналітична функція дорівнює нулю у всій площині  $p$ .

Таким чином, розв'язок рівняння (2.1) має вигляд

$$\begin{aligned} \Phi^+(p) &= \frac{\sigma K^+(p)G^+(p)}{p+\lambda_1+1} \times \\ \times \left[ \frac{1}{K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)} - \frac{1}{K^+(p)G^+(p)} \right] & \\ & (\operatorname{Re} p < 0), \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \Phi^-(p) &= \frac{\sigma p G^-(p)}{K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)(p+\lambda_1+1)K^-(p)} \\ & (\operatorname{Re} p > 0). \end{aligned}$$

Використовуючи (2.8), можна отримати вирази для мелнівських трансформант напружень. У результаті застосування до цих виразів формули обернення Меліна, можуть бути визначені напруження.

### 3. Аналіз поведінки напружень біля кінців тріщини.

За допомогою (2.8) знаходимо асимптотику

$$p \rightarrow \infty, \Phi^-(p) \sim \frac{\sigma}{K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)\sqrt{p}}. \quad (3.1)$$

Згідно з (2.7), (3.1) отримаємо таку формулу для коефіцієнта інтенсивності напружень у кінці тріщини:

$$K_I = K(\alpha, e_0, \nu_1, \nu_2) \mathbf{C} \mathbf{I}^{\lambda_1 + \frac{1}{2}}, K = \frac{\sqrt{2g} \Gamma\left(\lambda_1 + \frac{3}{2}\right)}{\Gamma(\lambda_1 + 2) G^+(-\lambda_1 - 1)}.$$

У табл. 1 наведені деякі значення коефіцієнта  $K(\nu_1 = \nu_2 = 0,3)$ . Використовуючи (2.1), (2.8) та формулу обернення Меліна, знаходимо

$$\left( \frac{\partial u_q}{\partial r} \right)_{l, q=0} = \frac{1}{2pi} \times$$

$$\int_{\gamma} \frac{-4(1-\nu_1^2)Cg\mathbf{I}^{\lambda_1}\Delta(p)K^+(p)G^+(p)}{E_1K^+(-\lambda_1-1)G^+(-\lambda_1-1)(p+\lambda_1+1)D(p)} \times \left(\frac{r}{\mathbf{I}}\right)^{-p-1} dp, \quad (3.2)$$

$$D(p) = a_0(p) + a_1(p)e + a_2(p)e^2$$

( $g$  — довільна пряма, що паралельна уявній осі і лежить у смузі  $-\varepsilon_1 < \operatorname{Re} p < 0$ ).

У  $-1 < \operatorname{Re} p < 0$  смузі найбільшою особливістю підінтегральної функції в (3.2) є простий полюс у точці  $p = -\lambda_2 - 1$ , де  $\lambda_2$  — найменший на інтервалі  $]-1; 0[$  корінь рівняння  $D(-\lambda_1 - 1) = 0$ . Тому за теоремою про лишки

$$\frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \sim Qr^{\lambda_2} (\theta = 0, r \rightarrow 0),$$

$$Q = -\frac{4(1-\nu_1^2)g\Delta(-\lambda_2-1)K^+(-\lambda_2-1)}{E_1(\lambda_1-\lambda_2)D'(-\lambda_2-1)K^+(-\lambda_1-1)} \times \frac{G^+(-\lambda_2-1)C\mathbf{I}^{(\lambda_1-\lambda_2)}}{G^+(-\lambda_1-1)}, \quad D'(p) = \frac{dD(p)}{dp}.$$

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів К

$\alpha^\circ$	$e_0$				
	0,1	0,2	0,3	0,5	3
15	3,952	1,715	0,588	0,716	0,029
30	4,392	2,523	1,634	2,111	0,393
45	1,996	1,341	0,957	1,955	1,607
60	0,971	0,446	0,283	0,961	2,559
75	0,564	0,130	0,108	0,289	1,185
105	-0,498	-0,233	-0,146	-0,341	-0,731
120	-0,803	-0,561	-0,279	-0,596	-3,694
135	-0,466	-0,327	-0,165	-0,383	-7,535
150	-0,070	-0,041	-0,011	-0,017	-8,877
165	-0,046	-0,027	-0,008	-0,010	-4,623

Таблиця 2

Значення кореня  $\lambda_1$

$\alpha^\circ$	$e_0$					
	0,1	0,2	0,3	0,5	2	3
15	-0,499	-0,499	-0,499	-0,499	-0,501	-0,503
30	-0,489	-0,491	-0,492	-0,495	-0,509	-0,515
45	-0,462	-0,468	-0,475	-0,482	-0,523	-0,538
60	-0,408	-0,426	-0,445	-0,464	-0,541	-0,567
75	-0,342	-0,381	-0,415	-0,445	-0,559	-0,597
90	-0,347	-0,376	-0,407	-0,437	-0,574	-0,620
105	-0,382	-0,397	-0,417	-0,441	-0,580	-0,631
120	-0,409	-0,419	-0,433	-0,451	-0,574	-0,624
135	-0,425	-0,435	-0,448	-0,462	-0,559	-0,602
150	-0,430	-0,448	-0,462	-0,474	-0,538	-0,569
165	-0,440	-0,468	-0,479	-0,487	-0,518	-0,534

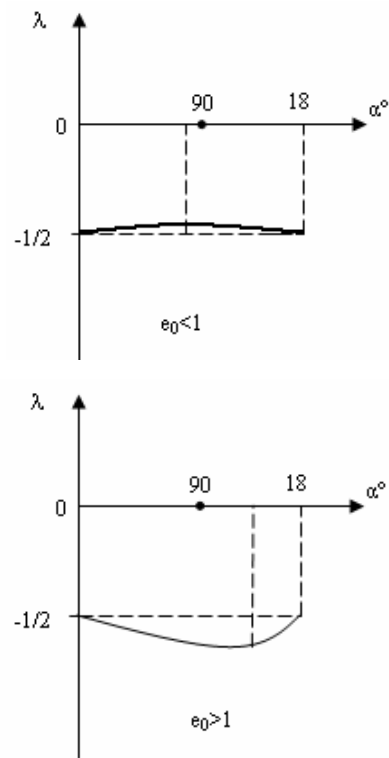


Рис. 3

Аналогічно можна показати, що в задачі теорії пружності з крайовими умовами (1.1) — (1.3) (див. рис. 1) напруження  $\sigma_{\theta}(r, \theta)$ ,  $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ ,  $\sigma_r(r, \theta)$  ведуть себе як  $r^{\lambda_2}$  при  $r \rightarrow 0$ . Залежність кореня  $\lambda_2$  від кута  $\alpha$  якісно зображена на рис. 3 (перший графік відповідає випадку  $e_0 = 0,5; \nu_1 = \nu_2 = 0,3$ , а другий —  $e_0 = 3; \nu_1 = \nu_2 = 0,3$ ). У табл. 2 приведені деякі значення кореня  $\lambda_2(\nu_1 = \nu_2 = 0,3)$ . Якщо  $E_1 = E_2, \mu_1 = \mu_2, \lambda_2 = -0,5$ .

Аналіз отриманих результатів дає підстави зробити такі висновки.

Кутова точка  $O$  є особливою точкою розглянутої крайової задачі теорії пружності — це концентратор напружень.

З наближенням точки площини до точки  $O$  напруження прямують до нескінченності. Особливість напружень у точці  $O$  — степенева. Показник степеня сингулярності напружень залежить від кута, відношення модулів Юнга та від коефіцієнтів Пуасона. Цей показник є найменшим на інтервалі  $]-1; 0[$  коренем певного трансцендентного рівняння.

Якщо відношення  $e_0$  модуля Юнга матеріалу з тріщиною до модуля Юнга матеріалу без тріщини менше за одиницю (вважається, що коефіцієнти Пуасона дорівнюють 0,3), то при зростанні кута між тріщиною і межею поділу середовищ концентрація напружень біля кутової точки спочатку послаблюється, а потім посилюється. При цьому значення кута, для якого концентрація напружень буде найменшою, належить інтервалу від  $80^\circ$  до  $90^\circ$  і збільшується зі збільшенням  $e_0$ . При  $e_0 = 0,5$  вказане значення наближено дорівнює  $87,2^\circ$ . Якщо  $e_0 > 1$ , то при зростанні кута концентрація напружень біля кутової точки спочатку посилюється, а потім послаблюється. При цьому значення кута, для якого концентрація напружень буде найменшою, належить інтервалу від  $90^\circ$  до  $110^\circ$  і збіль-

шується зі збільшенням  $e_0$ . При  $e_0 = 3$  вказане значення наближено дорівнює  $106,4^\circ$ .

Якщо кут прямує до нуля чи до  $180^\circ$ , то показник степеня сингулярності напружень прямує до  $-0,5$ . Зі збільшенням  $e_0$  концентрація напружень біля кутової точки посилюється.

У випадку, коли  $CI^{\lambda_1+0,5}$  слабо змінюється зі зміною кута та пружних сталей, при  $C > 0, 0 < \alpha < \pi/2$  і при  $C < 0, \pi/2 < \alpha < \pi$  зі зростанням кута коефіцієнт інтенсивності напружень  $K_I$  спочатку збільшується, а потім зменшується.

Якщо,  $e_0 = 0,5; \nu_1 = \nu_2 = 0,3; C < 0, \pi/2 < \alpha < \pi$ , то значення кута, при якому коефіцієнт інтенсивності напружень буде найбільшим, наближено дорівнює  $131,2^\circ$ .

## Література

1. Баничури Р.Д. Решение первой основной задачи теории упругости для клина, имеющего конечный разрез // Доклады АН СССР. — 1966. — Т. 167, №6. — С. 1256—1259.

2. Сметанин Б.И. Об одной смешанной задаче теории упругости для клина // Прикл. математика и механика. — 1968. — Т. 32, №4. — С. 708—714.

3. Храпков А.А. Некоторые случаи упругого равновесия бесконечного клина с несимметричным надрезом в вершине под действием сосредоточенных сил // Прикл. математика и механика. — 1971. — Т. 35, №4. — С. 677—689.

4. Храпков А.А. Задачи об упругом равновесии бесконечного клина с несимметричным надрезом в вершине, разрешимые в замкнутой форме // Прикл. математика и механика. — 1971. — Т. 35, №6. — С. 1062—1069.

5. Кипнис Л.А. Однородная задача для клина с симметричной трещиной в вершине // Прикл. математика и механика. — 1981. — Т. 45, №2. — С. 396—400.

6. Кипнис Л.А., Черепанов Г.П. Применение принципа выбора к проблеме начального развития линий скольжения из угловой точки // Прикл. математика и механика. — 1989. — Т. 53, №1. — С. 159—164.

7. Каминский А.А., Кипнис Л.А., Хазин Г.А. Расчет пластической зоны в угловой точке в рамках модели «трезубец» // Прикл. механика. — 2002. — Т. 38, №5. — С. 110—116.

8. Нобл Б. Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. — 279 с.

9. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — Л.: Наука, 1967. — 402 с.

10. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. — М.: Наука, 1977. — 640 с.

11. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974. — 640 с.

Отримана 20.05.08

L. Kipnis, G. Khazin, V. Kolmakova

**About the stress behaviour near the tips of the crack at the corner point of the interface of two isotropic media**

Uman State Pedagogical University, Uman

*The plane static symmetrical problem of the theory of elasticity for the crack at the corner point of the interface of two isotropic media is considered. The solution of the problem is constructed by the Wiener-Hopf method. The stress behaviour near the tips of the crack is investigated.*

2í ôî ðì àö³ÿ

## AEROACOUSTICS

March 2009, Munich, Germany

**Information:** Within the proposed Euromech colloquium “Large Eddy Simulation for Aerodynamics and Aeroacoustics”, novel methods for Large Eddy Simulation (LES) of complex flows and Computational Aero-acoustics (CAA) shall be considered and discussed. As noise prediction by CAA mainly depends on the quality of the simulation of the turbulent flow field, both approaches will be considered as a common topic. Hybrid approaches based on flow field predictions by incompressible solvers will also be a topic. The aim of the colloquium is to assess and improve the state of the art approaches for prediction and analysis of complex turbulent flow fields with special emphasis on prediction and analysis of aerodynamic noise. It therefore establishes a link between classical Fluid Dynamics and Acoustics.

The use of LES for the analysis of turbulent flow fields has become one of the major trends during the past years, since there is a massive requirement of the industry for accurate three-dimensional and time resolved flow predictions, not only for noise predicitions. However, the prediction of

high Reynolds number flows with complex geometry or physics is difficult due to massive computational requirements that often exceed the capacities of the available hard-ware. A number of strategies have been exploited to overcome these bottlenecks, high-order adaptive schemes, implicit sub grid scale modeling, wall models, coupling of LES with Reynolds averaged models (RANS). The impact of these strategies on quality of the solutions and efficiency of the solvers has to be exploited for a broad range of flows. Special emphasis will be set on the prediction of internal and external Aerodynamic effects including aero-acoustic noise. The main classes of problems considered here are wall bounded and free shear flows ranging from channel, duct and pipe flow with distortion over wakes behind bluff bodies to jets and mixing layers.

**Contact:** Prof. Dr.-Ing. Michael Manhart

Fachgebiet Hydromechanik

Arcisstraße 21, 80333 München, Germany

Ph: +49 (0) 89 289 22583

Fax: +49 (0) 89 289 28332; e-mail: [m.manhart@bv.tum.de](mailto:m.manhart@bv.tum.de)