УДК 624.012.45

Азизов Т.Н., д.т.н., проф., Мельник А.В., старш. преп. (Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины), Парамонов Д.Ю., инж. (Сумский национальный аграрный университет)

НДС И ПРОЧНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ ПРИ КРУЧЕНИИ

In the article the method of determination of deformations of twisting of beam is described at the appendix of twisting moment through a small area in a butt end. It is rotined that after determination of deformations a task about durability and inflexibility of reinforced-concrete element with normal cracks at twisting decides simply enough without application of by volume eventual elements.

В статье описана методика определения деформаций кручения балки при приложении крутящего момента через малый участок в торце. Показано, что после определения деформаций задача о прочности и жесткости железобетонного элемента с нормальными трещинами при кручении решается достаточно просто без применения объемных конечных элементов.

Ключові слова:
Міцність, жорсткість, кручення, нормальні тріщини.
Прочность, жесткость, кручение, нормальные трещины.
Strength, hardness, torsion, normal cracks.

Анализ публикаций и постановка задачи.

Крутильная жесткость отдельных элементов пространственно деформирующихся систем (каркасы зданий, мостовые сооружения, ребристые монолитные и сборные перекрытия) влияет на перераспределении нагрузок между этими элементами. Крутильная жесткость в свою очередь зависит от наличия трещин. При действии больших крутящих моментов в железобетонных балках образуются пространственные спиральные трещины. Изучению жесткости элементов с такими трещинами посвящено немало работ, основными из которых являются работы Н.И. Карпенко и его учеников [6, 7].

В [2] показано, что в плитно-ребристых системах при действии изгиба с кручением в ребрах могут образовываться лишь нормальные и наклонные трещины, но и такие трещины влияют не только на изгибные, но и на крутильные жесткости ребер. Этот факт подтвержден экспериментальными исследованиями [5].

Известно, что на пространственную работу плитно-ребристых систем существенное влияние оказывает крутильная жесткость их элементов. В железобетонных плитно-ребристых системах (мосты, ребристые монолитные и сборные перекрытия) на изгибную и крутильную жесткости оказывают влияние различные трещины [2, 10]. Кроме того, в работах [2, 8, 10] показано, что перераспределение локальной нагрузки зависит практически одинаковым образом как от изгибной, так и от крутильной жесткостей отдельных балок (ребер) плитно-ребристых систем. Однако, исследования изгибных жесткостей при трещинообразовании значительно опережают аналогичные исследования крутильных жесткостей. А исследования крутильных жесткостей при наличии только нормальных трещин находится только на начальной стадии [1, 3].

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является дальнейшее совершенствование методики определения крутильных жесткостей и прочности железобетонных элементов с нормальными трещинами при действии крутящего момента.

Изложение основного материала. В работах [1, 3] показано, что для определения крутильной жесткости железобетонного элемента с нормальной трещиной сначала требуется вычислить нагельную силу Q в продольной арматуре, которая определяется из условия равенства горизонтальных перемещений точек C и C^I в месте мысленного рассечения арматуры (рис. 1). В виду симметрии схемы, показанной на рис. 1, общее взаимное перемещение берегов трещины будет складываться из перемещений как блока A, так и блока B. Поэтому перемещения блоков могут быть определены по схеме, показанной на рис. 2.

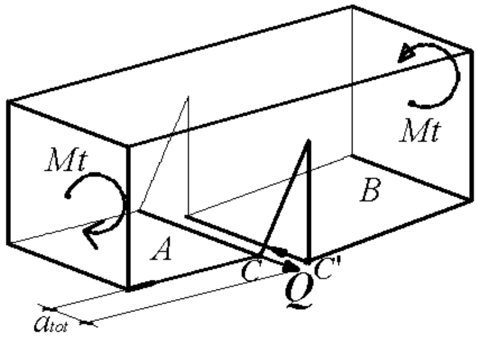

Рис. 1. Схема для определения нагельной силы в арматуре при взаимном повороте двух блоков, отделенных трещиной

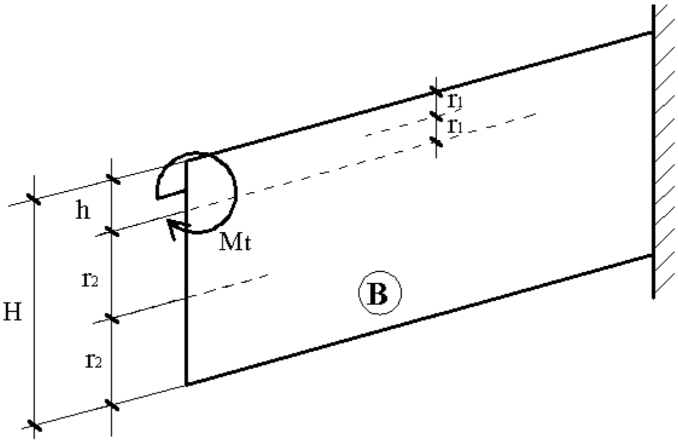

Рис. 2. Схема приложения момента к блоку *B*

После вычисления неизвестной величины *Q* можно определить реальное перемещение в трещине a_{tot}, которое будет равно:

$$a_{tot} = 2(\Delta_{ob} + \Delta_{sh}), \tag{1}$$

где $\Delta_{ob};\Delta_{sh}$ - соответственно перемещения продольной арматуры от смятия и сдвига в результате действия нагельной силы *Q*. Здесь перемещения умножаются на 2, т.к. смятие арматуры происходит как в блоке слева, так и в блоке справа от трещины.

Для определения крутильной жесткости элемента с нормальной трещиной следует определить угол поворота условно сплошного (без трещин) элемента:

$$\varphi_{ekv} = \frac{a_{tot}}{h/2}. \qquad (2)$$

Отношение угла поворота сплошного элемента без трещин к эквивалентному, определяемому по (2), дает отношение жесткости сплошного элемента к жесткости элемента с нормальной трещиной.

Составляющие перемещений, входящие в выражения (1) и (2), определяются из условия поворота верхней части каждого блока (сжатая от изгиба зона) относительно его нижней части. Передача крутящего момента от блока *A* к блоку *B* на рис. 1 происходит через сжатую зону бетона. При этом схема приложения крутящего момента к блоку *B* выглядит как показано на рис. 2.

Задача теории упругости о кручении стержня прямоугольного сечения, как известно [9], решается в предположении, что торец стержня равномерно загружен касательными силами, равнодействующая которых приводится к крутящему моменту M_t. При схеме приложения момента по рис. 2 на части сечения напряжения и перемещения не могут быть определены по формулам кручения.

Как показано в [3] задача определения поворота верхней (высотой h на рис. 2) части относительно нижней может быть решена несколькими способами, суть одного из которых заключается в том, что на основе большого количества расчетов по МКЭ с использованием объемных конечных элементов в стандартных программных комплексах для балок с различным соотношением высоты сжатой (от изгиба) зоны, длины блока между трещинами, высоты сечения блока и его ширины получают зависимости перемещений (поворотов) в рассматриваемых блоках. Затем, используя схему стержня с переменной высотой сечения (рис. 3), следует подобрать функцию изменения его высоты по длине блока вдоль продольной оси стержня y $h_y=f(y)$ от начальной высоты, равной высоте сжатой (от изгиба) зоны X, до полной высоты h в конце блока длиной L.

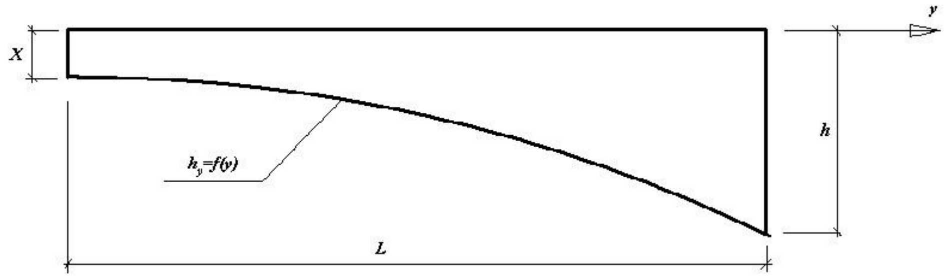

Рис. 3. Схема стержня с переменной высотой поперечного сечения

К левому концу такого эквивалентного стержня прикладывается крутящий момент, правый конец считается жестко защемленным. Задача решается элементарными методами сопротивления материалов для закрученного стержня с переменной высотой сечения. Функцию изменения высоты h_y=*f(y)* следует подбирать таким образом, чтобы поворот левого конца эквивалентного стержня (рис. 3) был равен повороту верхней части объемного блока, к части поперечного сечения которого приложен крутящий момент (рис. 2) и который рассчитан с использованием объемных конечных элементов с использованием стандартных программ, в которых реализован МКЭ.

Рассмотрим прямоугольный элемент, к части поперечного сечения которого приложен крутящий момент. Пусть высота части сечения, к которой приложен крутящий момент равна *x*, а полная высота сечения h. Представим функцию изменения высоты эквивалентного стержня с переменной высотой сечения (см. рис. 3) в виде:

$$h_y = x + (h - x)\left[1 - \frac{1}{L^n}(L - e)^n\right] \qquad (3)$$

и подберем показатель степени *n*, который удовлетворит условиям эквивалентности.

Исследуем возможность использования постоянного показателя степени *n* (в формуле (3)) для различных размеров сечения *b* и *h*, высоты передачи крутящего момента *x* и длины балки *L*, если отношения x/h, b/h и h/l остаются постоянными. В качестве примера рассмотрено 5 вариантов расчетов прямоугольного сечения с отношениями: *x/h=0.25; b/h=0.5; h/L=1*. При этом по несложной компьютерной программе подбирался показатель степени *n* формулы (3) так, чтобы поворот конца фиктивной балки высотой *x* (см. рис. 3) был равен повороту реальной балки сечением *b, h* и длиной *L*, который определялся с помощью программы «Лира-windows» с использованием объемных конечных элементов. В таблице приведены данные расчета. При этом показатель степени *n*=3.39 был определен для варианта 1. В остальных вариантах перемещения эквивалентного стержня определялись при том же значении показателя степени.

№ варианта	Размеры сечения, длины и высоты приложения момента (мм)				Отношения размеров			Перемещение по горизонтали, (мм·10^3)		$\frac{\Delta_{ekv}}{\Delta_{мкэ}}$
	X	*h*	*b*	*L*	*X/h*	*b/h*	*h/L*	$\Delta_{мкэ}$	Δ_{ekv} (при *n*=3.39)	
1	50	200	100	200	0.25	0.5	1	7.734	7.734	1
2	60	240	120	240				4.705	4.476	1.05
3	70	280	140	280				2.937	2.818	1.045
4	30	120	60	120				33.175	35.81	1.079
5	150	600	300	600				0.314	0.286	1.097

Как можно видеть из таблицы использование показателя степени *n=3.39* вполне приемлемо для всех рассмотренных примеров. Следовательно, если составить таблицы (или компьютерную программу) для показателей степени формулы (3) для всех возможных соотношений x/h, b/h и h/l, то решать практические задачи будет достаточно просто.

Следует отметить, что на основании численных исследований можно подобрать формулу изменения высоты сечения фиктивного (эквивалентного) стержня, отличающуюся от (3). Суть подхода к решению задачи от этого не изменится.

После определения перемещений в элементе с нормальной трещиной по методике [1, 3] легко определяется нагельная сила в продольной арматуре. Затем по методике [4] следует проверить прочность элемента с нормальными трещинами при действии крутящего момента.

Выводы и перспективы исследований. В статье предложена методика определения перемещений в элементе прямоугольного сечения с нормальной трещиной при действии крутящего момента. После определения перемещений задача о прочности и жесткости железобетонного элемента с нормальными трещинами решается достаточно просто. Такой подход позволяет (после получения функций изменения высоты сечения для блоков с любой длиной, шириной и высотой сечения, а также с любой высотой сжатой от изгиба зоны бетона) ввести в общую программу расчета весьма малую подпрограмму, которая вычисляет поворот конца сечения с высотой x. При тщательном подборе функции изменения высоты (типа формулы (3)) получается весьма высокая точность приближения при очень простом подходе к решению задачи.

В **перспективе** предложенную методику предполагается развить на большой круг задач с различным отношением x/h, b/h и h/l для того, чтобы без использования пространственных конечных элементов решать задачи по определению жесткостей железобетонных элементов с нормальными трещинами при любых размерах поперечного сечения, глубины трещины и расстоянии между трещинами.

Список литературы

1. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами//Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип.

7.Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. – С. 3-8.

2. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета: Дисс. … докт. техн. наук: 05.23.01 / Полтавский национальный технический университет. – Полтава, 2006. – 406 с.

3. Азизов Т.Н. Общий подход к определению крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами//Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 17., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – С. 92-99.

4. Азизов Т.Н., Срибняк Н.Н. Прочность при кручении железобетонных элементов прямоугольного сечения с нормальными трещинами//Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 17., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – С. 100-104.

5. Горнов В.Н. Исследование прочности и жёсткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов // Материалы и конструкции в современной архитектуре. – М.: Стройиздат, 1950.

6. Елагин Э.Г. Расчет перемещений железобетонных стержней прямоугольного сечения на стадиях работы с трещинами при совместном кратковременном действии моментов и продольной силы/ Э.Г. Елагин //Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. - № 4. – С. 26-31.

7. Карпенко Н.И. общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.

8. Лантух-Лященко А.И. Развитие дискретно-континуальных методов расчета комбинированных систем: Автореф. дисс. … докт. техн. Наук: 05.23.17/ КИСИ. – К., 1992. – 30 с.

9. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. М., 1977.

10. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А, Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. – М.: Транспорт,

1967. – 404 с.