

Міністерство освіти і науки України
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

ЧАСТИНА 1

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Укладачі:

Медведєва М.О., Рудницький С.О.

Умань
УКВПІ
2017

УДК 519.21(075.8)

Т 33

*Рекомендовано до друку Вченою радою
факультету фізики, математики та інформатики
Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини
(протокол №3 від 19 жовтня 2017 р.)*

Рецензенти: **ВАКАЛЮК Т.А.**, кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та інформатики Житомирського державного університету імені Івана Франка

МАХОМЕТА Т.М., кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини

ПОЛЩУК Т.В., кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини

Т33 Теорія ймовірностей : навч. посіб. : у 2 ч. / укл. М.О. Медведєва, С.О. Рудницький. – Умань : УКВПП. – Ч.1. – 2017. – 163 с.

У першій частині навчального посібника подаються основи теорії ймовірностей – науки, що вивчає закономірності масових подій. Посібник складається з двох розділів – випадкові події та випадкові величини. Матеріал поділено на 8 тем, у межах кожної з яких виклад побудовано за однією і тією самою методикою: усі теоретичні відомості ілюструються численними прикладами, зокрема графічними, що розкривають зміст усіх означень, тверджень і висновків, а також приклади розв'язування задач.

Посібник розрахований на студентів фізико-математичних факультетів усіх форм навчання.

УДК 519.21(075.8)

© М.О.Медведєва, С.О.Рудницький 2017

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ	6
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей	6
1. Прості та складені випадкові події. Простір елементарних подій	8
2. Операції над подіями	11
3. Класичне означення ймовірності	14
4. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей: перестановки, розміщення та комбінації	17
5. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки	21
6. Геометрична ймовірність	26
7. Статистична ймовірність	27
Тема 2. Залежні та незалежні випадкові події. Умовна ймовірність, формули множення ймовірностей	29
1. Залежні та незалежні випадкові події	29
2. Умовна ймовірність та її властивість	29
3. Формули множення ймовірностей для залежних випадкових подій	31
4. Формули множення ймовірностей для незалежних випадкових подій	32
5. Ймовірність появи випадкової події принаймні один раз при n незалежних спробах	33
6. Використання формул теорії ймовірностей для оцінювання надійності роботи простих систем	35
7. Формула повної ймовірності	36
8. Формула Байеса	38
Тема 3. Повторювані незалежні експерименти за схемою Бернуллі	40
1. Формула Бернуллі	40
2. Найімовірніше число появи випадкової події (мода)	42
3. Локальна теорема	44
4. Інтегральна теорема	48
5. Використання інтегральної теореми	51
6. Формула Пуассона для малої ймовірних випадкових подій	53
Тема 4. Найпростіший потік подій	56
1. Означення потоку подій	56
2. Найпростіший потік подій (пуассонівський)	56
3. Формула Пуассона	56

РОЗДІЛ 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ	59
Тема 5. Одновимірні випадкові величини	59
1. Дискретні та неперервні випадкові величини. Закони розподілу їх ймовірностей	59
2. Функція розподілу ймовірностей (інтегральна функція) та її властивості	62
3. Щільність ймовірностей (диференціальна функція) $f(x)$ і її властивості	69
Тема 6. Числові характеристики випадкових величин та їх властивості	77
1. Математичне сподівання	77
2. Властивості математичного сподівання	77
3. Мода та медіана випадкової величини	80
4. Дисперсія та середнє квадратичне відхилення	82
5. Властивості дисперсії	85
6. Початкові та центральні моменти	92
7. Асиметрія і ексцес	93
Тема 7. Багатовимірні випадкові величини. Система двох випадкових величин	97
1. Система двох дискретних випадкових величин (X, Y) та їх числові характеристики	97
2. Основні числові характеристики для випадкових величин X, Y , що утворюють систему (X, Y)	98
3. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції та його властивості	98
4. Умовні закони розподілу системи двох дискретних випадкових величин та їх числові характеристики	100
5. Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин та її властивості	104
6. Щільність ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин (X, Y) , $f(x, y)$ та її властивості	107
7. Основні числові характеристики для системи двох неперервних випадкових величин (X, Y)	110
8. Умовні закони розподілу для неперервних випадкових величин X і Y , які утворюють систему (X, Y)	111
9. Стохастична залежність	114
10. Система довільного числа випадкових величин	125
10.1 Функція розподілу системи n випадкових величин	125
10.2 Щільність ймовірностей системи n випадкових	

	величин	125
10.3	Числові характеристики системи n випадкових величин	126
Тема 8.	Функції випадкових аргументів	129
1.	Функції одного випадкового аргументу	129
1.1.	Функції дискретного випадкового аргументу	129
2.	Числові характеристики функції дискретного випадкового аргументу	130
3.	Функції неперервного випадкового аргументу та їх числові характеристики	131
4.	Функції двох випадкових аргументів та їх числові характеристики	139
4.1.	Знаходження $F(z), f(z)$, якщо $Z = X + Y$	139
4.2.	Знаходження $F(z), f(z)$, якщо $Z = \frac{Y}{X}$ ($Y = Z X$)	143
4.3.	Знаходження $F(z), f(z)$, якщо $Z = XY$	145
5.	Числові характеристики функції n випадкових аргументів	147
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	159
	ДОДАТКИ	160

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 6-е изд. стер. / Е. С. Вентцель. – М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – 2-е изд. стер. / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Наука, 1973, – 365 с.
3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 1975. – 332 с.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика (4-е изд.) / В. Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 1972. – 369 с.
5. Гнеденко В. В. Курс теории вероятностей. – 6-е изд., перераб. и доп. / В. В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 447 с.
6. Емельянов Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. – 332 с.
7. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник. У 2 ч. – Ч.І. Теорія ймовірностей. / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – К.: КНЕУ, 2000. – 304 с.
8. Карасев А. И. Теория вероятностей и математическая статистика / А. И. Карасев. – М.: Статистика, 1970. – 343 с.
9. Мацкевич И. П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика / И. П. Мацкевич, Г. П. Свирид. – Минск.: Вышэйшая школа, 1993. – 270 с.
10. Мешалкин Л. Д. Сборник задач по теории вероятностей / Л. Д. Мешалкин. – М.: Изд-во МГУ, 1963. – 157 с.