

Міністерство освіти і науки України
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

Лінійна алгебра
Модуль II. Матриці та визначники

Навчальний посібник

Укладач Дубовик В. В.

Умань 2017

УДК 512.64(075.8)

Л59

*Рекомендовано до друку вченою радою факультету фізики,
математики та інформатики Уманського державного педагогічного
університету імені Павла Тичини*

(протокол №4 від 24 листопада 2017)

Рецензенти:

Вакалюк Т.А. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри прикладної математики та інформатики Житомирського державного університету імені Івана Франка.

Махомета Т.М. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.

Поліщук Т.В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.

Л59 Дубовик В. В. Лінійна алгебра. Модуль II. Матриці та визначники:
навчальний посібник / В. В. Дубовик – Умань: ВПЦ «Візаві». 2017. – 148 с.

У посібнику розкриті теоретичні основи матриць та визначників, а також розглянуті практичні завдання по даних темах. Кожний розділ доповнений контрольними запитаннями та завданнями для самоконтролю.

УДК 512.64(075.8)

Л59

Зміст

Передмова	5
Розділ 1. Основні поняття про матрицю. Операції над матрицями та їх властивості	6
Параграф 1. Основні поняття матриці.....	6
Параграф 2. Множення матриць на число.....	9
Параграф 3. Додавання матриць	9
Параграф 4. Віднімання матриць	10
Параграф 5. Множення матриць.....	16
Параграф 6. Піднесення матриці до степеня	24
Параграф 7. Транспонування матриці.....	29
Завдання для самостійного опрацювання.....	35
Розділ 2. Визначники квадратних матриць	54
Параграф 1. Поняття та знаходження визначника квадратних матриць	54
Параграф 2. Властивості визначників.....	64
Завдання для самостійного опрацювання.....	77
Розділ 3. Мінори та алгебраїчні доповнення	81
Параграф 1. Поняття мінорів та алгебраїчних доповнень	81
Параграф 2. Знаходження визначника розкладанням за елементами рядка чи стовпця.....	83
Завдання для самостійного опрацювання.....	85
Розділ 4. Обернена матриця, ранг матриці	91
Параграф 1. Поняття та знаходження оберненої матриці.....	91
Параграф 2. Поняття ранг матриці та знаходження рангу матриці... ..	96
Завдання для самостійного опрацювання.....	100
Розділ 5. Визначники вищих порядків	104
Параграф 1. Зведення визначників до трикутного вигляду	104
Параграф 2. Метод пониження порядку визначника	120

Параграф 3. Метод виділення лінійних множників	124
Параграф 4. Метод розкладу визначника в суму визначників.....	130
Параграф 5. Зведення визначників до визначника Вандермонда....	133
Завдання для самостійного опрацювання.....	138
Використана література.....	144

Передмова

Сучасна педагогічна освіта вимагає від майбутніх вчителів математики володіти не тільки знаннями, вміннями і навичками елементарної математики, а й іншими математичними дисциплінами для того, щоб стати висококваліфікованим фахівцем у своїй справі. Зокрема, особлива увага приділяється вивченню лінійної алгебри, адже отримані знання по закінченні курсу необхідні для оволодіння сучасним математичним апаратом із метою подальшого його застосування під час вивчення інших математичних дисциплін, а також при проведенні самостійних наукових досліджень. Опанування курсу лінійної алгебри займає важливе місце в системі підготовки майбутнього вчителя математики, оскільки сприяє як формуванню наукового світогляду в цілому, так і математичної культури зокрема.

Посібник складається із розділів, які умовно можна поділити на дві частини: теоретичні основи із зразками розв'язання вправ та завдання для самостійного опрацювання трьох рівнів складності

У цілому за змістом, структурою, логікою та послідовністю викладання матеріалу навчально-методичний посібник “Лінійна алгебра. Модуль II. Матриці та визначники” відповідає навчальній програмі з дисципліни «Лінійна алгебра» та є оригінальним виданням, яке має наукову новизну та практичну цінність. Він буде корисним для студентів педагогічних університетів та викладачів вищих навчальних закладів.

Визначення

Матрицею A розміру $m \times n$ називається прямокутна таблиця чисел, функцій, або алгебраїчних виразів, яка містить m рядків та n стовпців. Числа m та n визначають розмір матриці. Великими буквами латинського алфавіту будемо позначати матриці: $A, B, C, D \dots$ Числа, функції, або алгебраїчні вирази, які утворюють матрицю, називають **елементами матриці або матричними елементами**.

Будемо позначати елементи матриці маленькими літерами латинського алфавіту з двома індексами. Перший $i = 1, 2, \dots, m$ – номер рядка, другий $j = 1, 2, \dots, n$ – номер стовпця в якому розміщений елемент. Таким чином:

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Визначення

Дві матриці A і B однакового розміру називаються **рівними**, якщо вони співпадають поелементно, тобто $a_{ij} = b_{ij}$, для всіх $i = 1, 2, \dots, m$ та $j = 1, 2, \dots, n$.