

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР

ВИПУСК 5

Збірник наукових праць

*За загальною редакцією
академіка НАН України Р.М. Кушніра
та члена-кореспондента НАН України Г.С. Кіта*

Львів – 2019

Математичні проблеми механіки неоднорідних структур: збірник наукових праць 10-ї Міжнародної наукової конференції / за заг. ред. Р.М. Кушніра і Г.С. Кіта // Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2019. – Вип. 5. – 289 с.

Збірник містить наукові праці, присвячені актуальним проблемам математичного моделювання в механіці деформівних твердих тіл; математичних методів механіки та термомеханіки; механіки неоднорідних твердих тіл і наномеханіки; механіки контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями; динаміки неоднорідних середовищ; оптимізації та проектування елементів конструкцій і біомеханічних систем. Вони були предметом обговорення на X Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур», яка проходила 17–19 вересня 2019 р. у Львові.

Для наукових працівників, докторантів, аспірантів, магістрів і студентів, які цікавляться означеними вище проблемами.

Редактори: академік НАН України Р.М. Кушнір,
член-кореспонент НАН України Г.С. Кіт

Заступники редакторів: д.ф.-м.н., проф. О.Р. Гачкевич,
д.ф.-м.н., проф. Г.Т. Сулим,
д.ф.-м.н., ст.н.с. Ю.В. Токовий

Відповідальні секретарі: к.ф.-м.н., ст.н.с. В.С. Пакош,
к.ф.-м.н. Н.М. Івасько

Члени редколегії: академік НАН України д.ф.-м.н., проф. В.Т. Грінченко; члени-кореспонденти НАН України: д.т.н., проф. О.Є. Андрейків, д.т.н., проф. В.С. Гудрамович, д.т.н., проф. О.М. Трофимчук, д.ф.-м.н., проф. Я.Я. Рушицький; д.ф.-м.н., проф. В.Є. Бербюк, д.ф.-м.н., ст.н.с. Б.Д. Дробенко, д.ф.-м.н., проф. Я.О. Жук, д.ф.-м.н., проф. К.Б. Казарян, д.ф.-м.н., проф. П.П. Костробій, д.ф.-м.н., ст.н.с. Я.І. Кунець, д.ф.-м.н., проф. В.В. Лобода, д.ф.-м.н., проф. Р.М. Мартиняк, д.ф.-м.н., проф. М.В. Марчук, д.ф.-м.н., проф. В.В. Михаськів, д.т.н., проф. В.В. Можаровський, д.ф.-м.н., проф. М.М. Николишин, д.ф.-м.н., проф. В.Г. Попов, д.ф.-м.н., ст.н.с. Б.В. Процюк, д.т.н., ст.н.с. Я.Д. П'янило, д.ф.-м.н., проф. М.П. Саврук, д.ф.-м.н., ст.н.с. І.М. Турчин, д.ф.-м.н., проф. В.Ф. Чекурін, д.ф.-м.н., ст.н.с. А.В. Ясінський.

Рецензенти: член-кореспондент НАН України І.М. Дмитрах,
д.ф.-м.н., проф. Є.Я. Чапля

Ухвалено до друку Вченою радою Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України (протокол № 8 від 29.08.2019)

За підтримки Західноукраїнського об'єднаного осередку IEEE

Sebastianiuk Piotr, Perkowski Dariusz M., Kulchytsky-Zhyhailo Roman Green functions for a microperiodic composite half-space with slant layering	154
Sebastianiuk Piotr, Perkowski Dariusz M., Kulchytsky-Zhyhailo Roman On a plane contact problem for a microperiodic composite half-space with slant lamination	156
Tokovy Yuriy, Gao Cunfa Axisymmetric elastic and thermoelastic equilibrium of FGM long solid cylinders	158
Tokovy Yuriy, Ma Chien-Ching Governing equations of three-dimensional thermoelasticity problems for inhomogeneous transversely isotropic solids	159

МЕХАНІКА КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ, ТІЛ З ТРІЩИНАМИ
ТА ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Бедзір Олександр, Шопа Василь Контактна взаємодія прорізної циліндричної оболонки з пружним заповнювачем при неоднорідному терті	160
Васільєв Кирил, Сулим Георгій Метод вирізування у задачі поздовжнього зсуву анізотропного шару з пружним центральним анізотропним включенням	162
Дацків Анна, Лобода Володимир Електрично ізольоване включення зі змінною жорсткістю між п'єзоелектричними матеріалами	164
Демидов Олександр, Попов Всеволод Нестационарний закрут скінченного циліндра, частково зчепленого з жорсткою основою із круговим відшаруванням ..	165
Дудик Михайло, Дякон Валерій, Колмакова Віра, Поліщук Тетяна, Решітнік Юлія Про метод урахування маломасштабних зон передруйнування в околі концентраторів напружень	167
Козачок Олег Контакт текстурованих гідрофільних тіл з урахуванням ідеально-го газу та рідини у міжповерхневих просвітах	169
Кравець Володимир До побудови критеріїв руйнування тіл з U-подібними вирізами довільної кривини	171
Кривий Олександр, Морозов Юрій Задача термпружності для кругового міжфазного включення при різних умовах взаємодії з трансверсально-ізотропним простором	174
Кузьменко Василь, Плащенко Сергій Зв'язані контактні задачі	176
Курташ Ірина, Шацький Іван Гранична рівновага пластини з ненаскрізно заповненим тріщиноподібним дефектом	178
Маковійчук Микола, Даяк Тарас Взаємодія тріщини з колінеарною щільною у пластині на пружній основі за гину бімоментним навантаженням	179
Максимович Олеся, Соляр Тетяна Пружно-пластичне деформування біля висердленого отвору в пластинах із залишковими напруженнями	180

УДК 539.375

ПРО МЕТОД УРАХУВАННЯ МАЛОМАСШТАБНИХ ЗОН ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ В ОКОЛІ КОНЦЕНТРАТОРІВ НАПРУЖЕНЬ

**Михайло Дудик, Валерій Дякон, Віра Колмакова,
Тетяна Поліщук, Юлія Решітник**

*Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини (Україна);
Уманська філія ПВНЗ "Європейський університет" (Україна)*

dudik_m@hotmail.com; valera.diakon@gmail.com; kolmakova@udpu.edu.ua;
polischuk_t@ukr.net; dikhtyarenko_iu@udpu.edu.ua

Пам'яті проф. Л.А. Кіпніса

Аналізується метод врахування маломасштабного передруйнування в околі гострокінцевих концентраторів напружень, вперше реалізований Г.П. Черепановим в [1]. Метод базується на наступних вихідних положеннях:

1) розкладання загальної задачі про визначення параметрів мало-масштабної зони передруйнування (ЗП) і напружено-деформованого стану в околі вершини гострокінцевого концентратора напружень на зовнішню задачу, яка описує НДС досліджуваного тіла без ЗП, і внутрішню задачу, метою якої є визначення параметрів ЗП і НДС біля вершини;

2) використання "принципу мікроскопа" [2] для обґрунтування опису локального поля напружень і переміщень біля вершини концентратора за допомогою асимптотичної частини розв'язку зовнішньої задачі;

3) побудова асимптотичної частини розв'язку зовнішньої задачі як розв'язку однорідної крайової задачі теорії пружності за методом Вільямса розвинення за власними функціями. Вклад кожної складової цієї частини розв'язку визначається коренями відповідного характеристичного рівняння задачі, які пов'язані з локальною структурою привершинної області і у випадку від'ємних значень є показниками сингулярності напружень, та сталими коефіцієнтами, що залежать від загальної структури тіла і зовнішнього навантаження;

4) використання моделі Леонова-Панасюка-Дагдейла для зведення внутрішньої задачі нелінійної механіки руйнування про розрахунок параметрів маломасштабної ЗП до статичної крайової задачі теорії пружності про лінію розриву переміщення з заданими на ній умовами переходу у передруйнівний стан, що виходить з вершини концентратора;

5) формулювання для внутрішньої задачі умови на нескінченості як вимоги зшивання розшукуваного розв'язку на відстанях, що значно перевищу-

ють розміри ЗП, але значно менші порівняно з характерними розмірами концентратора напружень або розміру іншого актуального елемента будови тіла, з розв'язком зовнішньої задачі;

6) врахування сингулярної поведінки напружень і деформацій в кінці ліній розриву переміщення, відомої із загальних принципів лінійної механіки руйнування [2];

7) зведення сформульованої крайової задачі за допомогою інтегрального перетворення до функціонального рівняння відносно трансформант напружень і деформацій та його наступне розв'язання за допомогою методу Вінера-Гопфа;

8) розрахунок лінійного розміру та очікуваної орієнтації зони передруйнування з отриманого на попередньому етапі розв'язку функціонального рівняння задачі з умови обмеженості напружень в кінці зони і певного критерію напрямку її розвитку;

9) визначення змін локального поля напружень і деформацій в околі вершини концентратора внаслідок утворення маломасштабної зони передруйнування.

Описаний метод ілюструється на прикладі розв'язання задачі про розрахунок маломасштабної зони передруйнування, що прилягає до кутової точки межі розділу двох різних пружних середовищ, з якої виходить міжфазна тріщина. Зона моделюється відрізком розриву нормального переміщення. Досліджено залежність довжини зони та її розкриття у кутовій точці від навантаження, кута зламу межі розділу і пружних параметрів середовищ. На основі деформаційного критерію досліджені умови зрушення тріщини.

Результати числового дослідження засвідчили, що вплив сингулярних членів нижчого порядку у розвиненнях напружень в околі вершини тріщини може бути за певних умов досить істотним, тому нехтування ними, що зазвичай роблять при розв'язанні задач лінійної механіки руйнування, може привести до істотних похибок в оцінюванні граничних навантажень, які ведуть до руйнування композиційних матеріалів і конструкцій.

1. Черепанов Г.П. Пластические линии разрыва в конце трещины // Прикл. мат. мех. – 1976. – 40, № 4. – С. 720-728.
2. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – Москва: Наука, 1974. – 640 с.

ABOUT THE METHOD OF ACCOUNTING OF SMALL-SCALE PREFRACTURE ZONES NEAR THE STRESS CONCENTRATORS

The method of taking into account the small-scale pre-fracture zone in the vicinity of the stress concentrators is analyzed. His application is illustrated by the example of solution the problem about the pre-fracture zone at the corner point of interface of two dissimilar elastic media from which the interfacial crack goes out.