

Будівництво

УДК 624.012.45

Азізов Т.Н. - доктор технічних наук, професор

Орлова О.М. - викладач

Уманський державний педагогічний університет імені Павла

Тичини

Azizov T.N. – doctor of technical science, professor

Orlova O.M. – teacher

Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University

E-mail: taljat999@gmail.com; oolga2475@gmail.com

**ЖОРСТКІСТЬ І МІЦНІСТЬ ПРИ КРУЧЕННІ
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ДВОТАВРОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ З
НОРМАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ**

**RIGIDITY AND STRENGTH OF TENSION OF REINFORCED
CONCRETE I- ELEMENTS WITH NORMAL CRACKS**

Анотація. Наведено методику визначення нагельних сил в поздовжній арматурі залізобетонного елемента з нормальними тріщинами при дії крутних моментів. Показано, що нагельна сила має дві складові в горизонтальній і вертикальній площинах. Ці нагельні сили визначаються з умови спільності деформацій в місті умовного розсічення поздовжньої арматури. Приведена система рівнянь для визначення нагельних сил в поздовжній арматурі в місті, де розташована нормальна тріщина. На відміну від раніше запропонованої авторами методики, дана методика дозволяє більш точно визначати нагельні сили в поздовжній арматурі. Крім

того, розроблена методика дозволяє визначати нагельні сили за наявності декількох стрижнів поздовжньої арматури. Після визначення нагельних сил жорсткість і міцність при крученні визначається за наведеною у статті методикою. При цьому форма поперечного перерізу не впливає на принцип визначення нагельної сили, жорсткості і міцності при крученні залізобетонного елемента з нормальними тріщинами. Показано, що на сьогоднішній день при реальному проектуванні залізобетонних конструкцій (в тому числі при використанні відомих у всьому світі програм типу Ansys, Lira та ін.) не враховується факт істотного впливу нормальних тріщин на зміну крутильних жорсткостей і міцності залізобетонних елементів. З розробленої методики видно, що на жорсткість при крученні залізобетонного елемента з нормальними тріщинами впливає діаметр поздовжньої арматури, розміри поперечного перерізу, висота нормальної тріщини, відстань між тріщинами, а також характеристики матеріалів. Крім того у статті наведено спростування здавна існуючої думки, що міцність залізобетонного елемента при крученні практично не залежить від кількості поздовжньої арматури. Показано, що при наявності нормальних тріщин вплив поздовжньої арматури на крутильну жорсткість і міцність істотний. Цей факт, на погляд авторів, повинен бути врахований при проведенні практичних розрахунків несучих систем залізобетонних будівель і споруд.

Ключові слова: крутильна жорсткість, залізобетонні елементи, нормальні тріщини, нагельна сила, умова сумісності деформацій, поздовжня арматура.

Abstract. The method of determining the torque forces in the longitudinal reinforcement of reinforced concrete element with normal cracks under the action of torques is presented. It is shown that the pitch force has two components in the horizontal and vertical planes. These acceleration forces are determined by the condition of joint deformation in the conditional section of the longitudinal

reinforcement. A system of equations for determining the torque forces in the longitudinal reinforcement in the city where the normal crack is located is presented. Unlike previously proposed method by the authors, this technique allows more accurately determine the torque forces in the longitudinal reinforcement. In addition, the developed method allows to determine the torque forces in the presence of several rods of the longitudinal reinforcement. After determining the torque forces, the torsional stiffness and tensile strength is determined by the method described in the article. The cross-sectional shape does not affect the principle of determining the tensile strength, rigidity and torsional strength of a reinforced concrete element with normal cracks. It is shown that to date, the actual design of reinforced concrete structures (including the use of known worldwide programs such as Ansys, Lira, etc.) does not take into account the fact that the influence of normal cracks on the change of torsional rigidity and strength of reinforced concrete elements. The developed technique shows that the torsional strength of reinforced concrete element with normal cracks is affected by the diameter of the longitudinal reinforcement, the cross-sectional dimensions, the height of the normal crack, the distance between the cracks, as well as the characteristics of the materials. In addition, the article refutes the long-held view that the strength of a reinforced concrete element when torsion is practically independent of the number of longitudinal reinforcement. It is shown that in the presence of normal cracks, the effect of longitudinal reinforcement on torsional stiffness and strength is significant. According to the authors, this fact should be taken into account when conducting practical calculations of load-bearing systems of reinforced concrete buildings and structures.

Keywords: *torsional stiffness, reinforced concrete elements, normal cracks, torque force, deformation compatibility condition, longitudinal reinforcement.*

Аналіз досліджень і постановка задачі.

Важливість визначення жорсткості при крученні залізобетонних елементів з тріщинами вказана в роботах [6-8]. Однак, в цих роботах

розглядаються елементи з просторовими (спіральними) тріщинами. Експериментальними дослідженнями встановлено [11], що жорсткість і міцність при крученні залізобетонних елементів прямокутного перерізу суттєво залежить також від наявності в них не тільки просторових, а й нормальних тріщин. Однак на сьогодні при реальному проектуванні не враховується зміна крутильних жорсткостей стрижневих залізобетонних елементів в результаті утворення нормальних тріщин. Це стосується і загально відомих програмних комплексів типу Ansys, Abacus, Lira. Цей факт пов'язаний в першу чергу з недостатнім вивченням питання визначення жорсткості і міцності при крученні залізобетонного елемента з нормальними тріщинами.

Відомо, що важливим завданням розрахунку жорсткості і міцності при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами є визначення взаємного переміщення блоків залізобетонного елемента, відокремлених нормальної тріщиною, а також визначення нагельної сили в поздовжній арматурі [2-5]. Для визначення взаємного зсуву берегів нормальної тріщини в залізобетонному елементі з поздовжньою арматурою в роботах [3, 4] запропоновано спочатку розсікти поздовжню арматуру і визначити взаємний зсув берегів нормальної тріщини в елементі з розсіченою арматурою. Це завдання можна вирішувати різними способами. До цих способів відноситься наближений метод, коли стрижень умовно розтинають поздовжніми перерізами на кілька стрижнів (смуг) і складаються умови спільності деформацій по площині розтину [4, 11]. У роботах [2, 3] запропонований апроксимаційний метод визначення переміщення берегів нормальної тріщини. При цьому на основі чисельного моделювання об'ємними скінченими елементами в будь-якому програмному комплексі (Ansys, Abacus, Lira та ін.) отримують функції залежності переміщення від висоти нормальної тріщини, геометричних параметрів перерізу елемента. У роботі [5] запропонований спосіб визначення шуканого переміщення берегів нормальної тріщини за допомогою рішення задачі про рівновагу пружного

паралелепіеда, завантаженого дотичними силами в торцях. При цьому запропоновано використовувати рішення М.М. Філоненко-Бородіча [13]. Наближене рішення задачі визначення взаємного зсуву берегів нормальної тріщини стрижневого залізобетонного елемента з урахуванням нелінійних властивостей розглядалися в роботі [1].

Однак, яким би не було рішення задачі визначення взаємного зсуву берегів нормальної тріщини з умовно розсіченою арматурою, наступним важливим етапом є визначення нагельної сили в поздовжній арматурі. Після визначення нагельної сили визначаються і жорсткість залізобетонного елемента з нормальною тріщиною, і його міцність. Причому і міцність, і жорсткість істотно залежить від цієї нагельної сили, яка в свою чергу залежить від діаметра поздовжньої арматури, міцності і деформаційних характеристик бетону.

Таким чином, від правильності визначення нагельної сили в поздовжній арматурі істотно залежить і точність визначення жорсткості та міцності залізобетонного елемента з нормальними тріщинами при крученні. Це завдання для одиночного поздовжнього стрижня вирішене в роботах [2-4]. Однак, при наявності декількох поздовжніх стрижнів (що використовується на практиці в переважній більшості випадків), в поздовжніх стрижнях арматури виникають дві складові нагельних сил (горизонтальна і вертикальна), що має бути враховано в розрахунках.

З огляду на вищесказане, **метою цієї статті** є розробка методики визначення нагельних сил в поздовжній арматурі з урахуванням складових в двох взаємно перпендикулярних напрямках, а також розробка методики визначення жорсткості та міцності елементів з нормальними тріщинами при крученні.

Викладення основного матеріалу.

На рис. 1 показана схема стрижневого елемента прямокутного перерізу з нормальною тріщиною (суть розрахунку для елементів будь-якого іншого поперечного перерізу не відрізняється). Один торець стрижня жорстко

закріплений, а до другого торця прикладений крутний момент M_t . Довжина блоків стрижня l_{crc} , що дорівнює відстані між нормальними тріщинами.

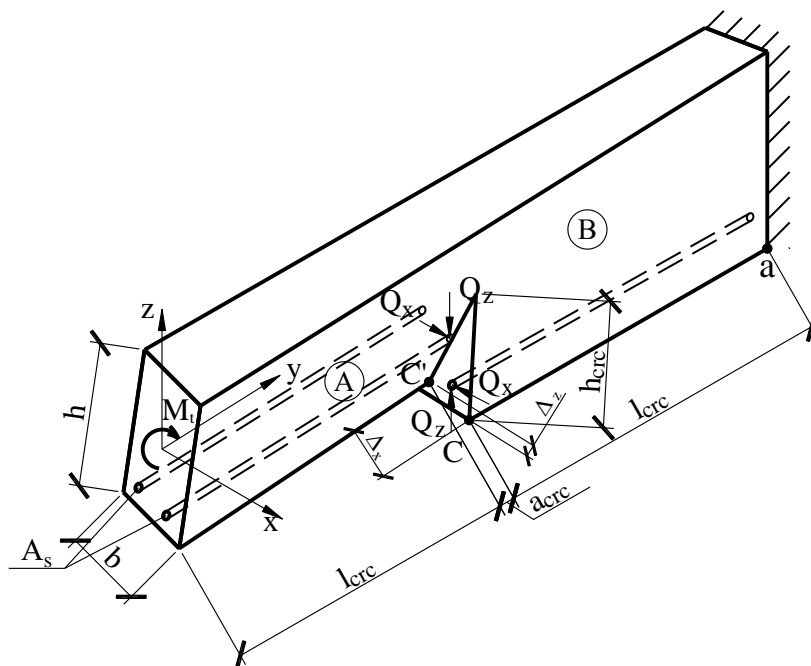


Рис. 1. Схема переміщень в перерізі з нормальною тріщиною і зусиль в поздовжній арматурі елемента, на який діє крутний момент

В результаті дії крутного моменту блок А повертається більше блоку В і в місці розташування нормальної тріщини з'являється зсув блоку А відносно блоку В. Це зсув Δ_x по осі X і зсув Δ_z по осі Z. На відміну від ранніх робіт авторів [2-4], де враховувався тільки зсув по осі X, тут враховується зсув блоків і по осі X, і по осі Z. Справа в тому, що при малій ширині перетину (або ребра для таврового перетину) переміщення по осі X є домінуючим. Однак, в загальному випадку, особливо при більшій ширині перерізу, впливом переміщення по осі Z нехтувати не слід. Крім того, при наявності двох і більше стрижнів поздовжньої арматури так само важливим є врахування обох складових переміщень.

Нехай після розтину арматури визначено взаємний зсув Δ_x і Δ_z точок С і С' будь-яким способом, описаним вище (див. рис. 1). Далі складанням умови спільності деформацій в місцях розтину арматурних стрижнів слід отримати систему рівнянь для визначення нагельних сил у всіх стрижнях

поздовжньої арматури. Розглянемо, наприклад, коли в перерізі знаходиться два стержня поздовжньої арматури (рис. 2).

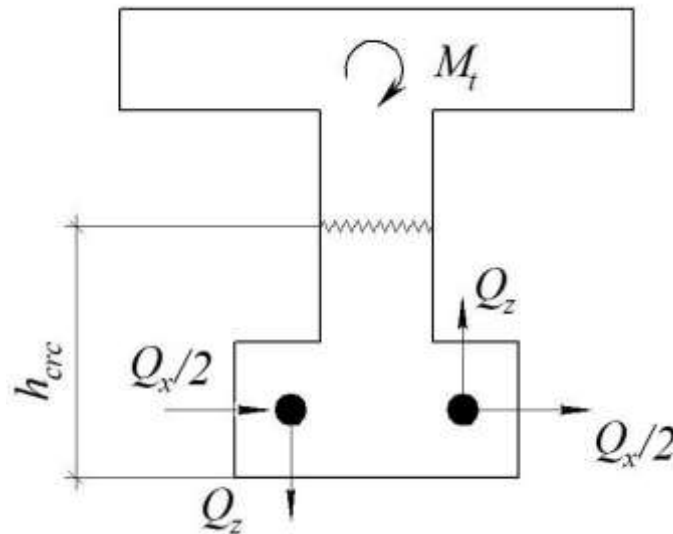


Рис. 2. Схема нагельних сил в поздовжній арматурі елемента двотаврового перерізу

Очевидно, що умовою спільності деформацій буде умова рівності нулю взаємного зміщення в точках розтину поздовжньої арматури зі сторони блоку А (див. рис. 1) і блоку В. Ця умова аналогічна умові відсутності переміщень в місті зайвої опори при розрахунку статично не визначених систем методом сил. З огляду на симетрію на рис. 2, можна записати ці умови як систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x^{Mt} - Q_x \delta_{xx} - Q_z \delta_{xz} - 2\Delta_{loc}^x &= 0 \\ \Delta_z^{Mt} - Q_x \delta_{zx} - Q_z \delta_{zz} - 2\Delta_{loc}^z &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

В системі (1) прийняті позначення: δ_{xx} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили Q_x від крутіння одиничними силами $Q_x=1$; δ_{xz} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили Q_x від крутіння одиничними силами $Q_z=1$; δ_{zz} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили Q_z від крутіння одиничними силами $Q_z=1$; δ_{zx} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили Q_z від крутіння одиничними силами $Q_x=1$; Δ_x^{Mt} , Δ_z^{Mt} – взаємне зміщення берегів тріщини від крутіння

зовнішнім моментом M_t в напрямку дії відповідно сили Q_x і Q_z ; Δ_{loc}^x , Δ_{loc}^z – переміщення від місцевої деформації в місці розташування арматури відповідно від сил Q_x і Q_z .

Слід зазначити, що величини δ_{xx} , δ_{zz} , δ_{zx} , δ_{xz} , Δ_x^{Mt} , Δ_z^{Mt} є величинами саме взаємного зміщення берегів тріщини на відміну від коефіцієнтів канонічних рівнянь методу сил, які виражають переміщення певної точки, хоча природа їх однакова.

Величину Δ_{loc} краще визначати за емпіричними даними, наведеними в нормативних документах, наприклад за [10]. Це пов'язано з фактом, що моделювання навіть за допомогою об'ємних скінчених елементів не дає результату, близького до реальності, тому що арматура в масиві бетону в реальних умовах змінює бетон під своєю поверхнею, а при комп'ютерному моделюванні скінчені елементи, розташовані з боку, протилежного напрямку нагельної сили, також чинять опір переміщенню. Величина Δ_{loc} згідно [10] визначається за формулою:

$$\Delta_{loc} = 1000 \frac{Q^2}{d^3 E_c^2} + \frac{Q}{d \cdot E_c} \quad (2)$$

де d і E_c – відповідно діаметр арматурного стержня і модуль деформацій бетону; нагельна сила Q підставляється відповідно Q_x або Q_z .

Тут слід зазначити, що при визначенні Δ_{loc}^x замість Q у виразі (2) слід підставити величину $Q_x/2$, а при визначенні Δ_{loc}^z – величину Q_z . Це пов'язано з фактом, що величина Q_x однаково розподіляється між поздовжньою арматурою зліва і з права (див. рис. 2).

Підставляючи (2) в (1) з урахуванням зробленої вище примітки з приводу підстановки Q_x і Q_z , отримаємо систему двох квадратних рівнянь для визначення величин невідомих нагельних сил Q_x і Q_z в арматурі:

$$\left. \begin{aligned} Q_x^2 A + Q_x B + Q_z C &= \Delta_x^{Mt} \\ Q_z^2 F + Q_z D + Q_x G &= \Delta_z^{Mt} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де позначено:

$$A = \frac{500}{d^3 E_c^2}; B = \frac{1}{d \cdot E_c} + \delta_{xx}; C = \delta_{xz}; F = \frac{2000}{d^3 E_c^2}; D = \frac{2}{d \cdot E_c} + \delta_{zz}; G = \delta_{zx} \quad (4)$$

Величини δ_{xx} , δ_{zz} , δ_{zx} , δ_{xz} , Δ_x^{Mt} , Δ_z^{Mt} визначаються з рішення задачі взаємного зміщення берегів тріщини з розсіченою арматурою, яка вирішується різними способами [2-4], описаними вище.

Після визначення нагельних сил жорсткість залізобетонного елемента з нормальною тріщиною визначиться з виразу:

$$B_{crc} = \frac{\Delta_{bl}}{\Delta_{bl} + \Delta} B_t, \quad (5)$$

де Δ_{bl} – переміщення грані цілого (без тріщин) блоку стрижня, відокремленого нормальною тріщиною від крутіння. Воно визначається за відомими формулами опору матеріалів; B_t – крутильна жорсткість суцільного стрижня без тріщин; Δ – повне переміщення в тріщині, яке дорівнює:

$$\Delta = 2 \cdot \Delta_{loc} \quad (6)$$

де Δ_{loc} визначається за (2), але тепер уже відома величина Q (вірніше її складові Q_x і Q_z). У формулі (6) величина Δ_{loc} множиться на 2, тому що переміщення в тріщині складаються з двох сторін нормальної тріщини.

Розглянемо тепер методику визначення міцності при крученні елемента двотаврового перерізу з нормальною тріщиною. Експериментальними дослідженнями Н.М. Срібняк встановлено [10], що міцність залізобетонного елемента прямокутного перерізу з нормальною тріщиною при крученні істотно нижче міцності елемента без тріщин, якщо елемент армований тільки поздовжньою арматурою.

Відомо, що двотавровий елемент проектується таким чином, що в граничному стані висота стиснутої від згину зони дорівнює товщині верхньої полки. Тому для розрахунку міцності при крученні двотаврового елемента з нормальною тріщиною припустимо, що нормальна тріщина дійшла до нижньої грані верхньої полки двотавра. Тоді схема зусиль при крученні буде виглядати так, як показано на рис. 3. На рис. 3 заштрихована частина –

стиснута від згину зона (зона бетону без тріщин). Зовнішній крутний момент сприймається частково крутним моментом M_V , який сприймає стиснута від згину зона і моментом M_Q , який сприймає пара сил Q_b та Q , тобто:

$$M_t = M_V + M_Q \quad (7)$$

Момент пари сил Q_b та Q дорівнює (рис. 3):

$$M_Q = Q \cdot Z_s \quad (8)$$

де величина $Q = Q_x$ визначається за методикою, наведеною вище.

Схема руйнування може бути в двох варіантах:

1 варіант - руйнування від зрізу стиснутої зони бетону в результаті дії сили Q_b (див. рис. 3);

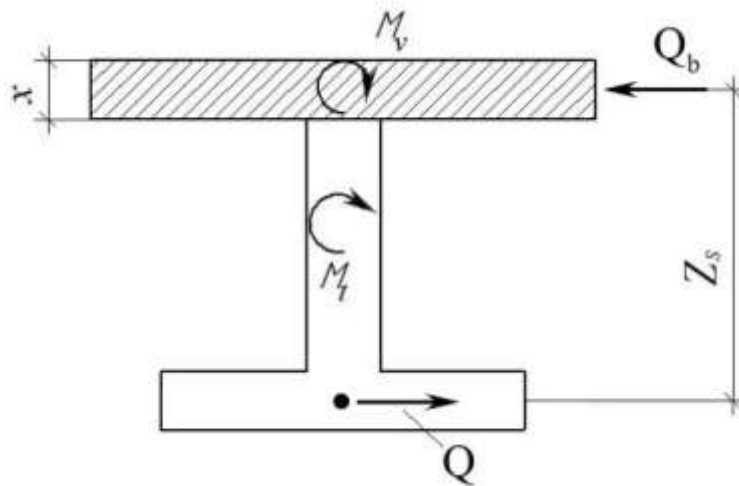


Рис.3. Схема зусиль, що діють в нормальному перетині при крученні елемента двотаврового перерізу

2 варіант - руйнування верхньої полки в результаті дії крутного моменту M_V , який сприймається цією ділянкою.

Перша умова запишеться у вигляді:

$$Q_b = \frac{M_t}{Z_s} \leq f_{sh} b_f \cdot x \quad (9)$$

де b_f – ширина верхньої полки; f_{sh} - розрахунковий опір бетону зрізу; M_t - зовнішній крутний момент; Z_s - відстань від центра ваги арматури до центра ваги верхньої полки (див. рис. 3).

Розрахунок за формулою (9) йде в запас міцності, тому що насправді пара сил сприймає не весь зовнішній крутний момент, а тільки його частину (див. формулу 7). Тому основною умовою міцності буде друга умова, яка запишеться у вигляді:

$$M_v \leq [M_v], \quad (10)$$

де $[M_v]$ - граничний крутний момент, що сприймається бетоном верхньої полки двотавру. Величину $[M_v]$ рекомендується визначати з умови обмеження максимальних розтягуючих напружень, визначених за відомими формулами опору матеріалів для прямокутного перерізу, наприклад за [12]:

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{\alpha \cdot b \cdot x^2} \quad (11)$$

де α – коефіцієнт, що залежить від співвідношення довгої сторони прямокутника до короткої, що приводиться в довідниках з опору матеріалів; b, x - відповідно більша і менша сторони прямокутника.

Тоді умова міцності запишеться у вигляді:

$$\frac{M_v}{\alpha \cdot b \cdot x^2} \leq f_{sh} \quad (12)$$

Розрахунки за наведеною методикою, а також експериментальні дослідження [11] показують, що міцність при крученні залізобетонного елемента з нормальною тріщиною істотно залежить від перерізу поздовжньої арматури, а також від глибини нормальної тріщини h_{crc} . Цей факт спростовує сталу думку [9], що міцність залізобетонного елемента при крученні практично не залежить від перерізу поздовжньої арматури. Аналізуючи наведені формули з визначення нагельної сили, жорсткості та міцності при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами можна легко бачити, що жорсткість і міцність елемента суттєво залежить від кількості

поздовжньої арматури, її діаметру, а також фізико-механічних характеристик бетону. Крім того, жорсткість і міцність залежить від висоти нормальної тріщини h_{crc} , форми поперечного перерізу, відстані між тріщинами, тому що складові формул (3) залежать від цих факторів.

Висновки.

При крученні елемента з нормальними тріщинами опір крутному моменту чинить поздовжня арматура і частина бетонного перерізу без тріщин. Для визначення міцності та жорсткості при крученні елемента з нормальною тріщиною слід спочатку розсікти поздовжню арматуру в перерізі з тріщиною, а потім визначити взаємний зсув берегів тріщини. Після визначення взаємного зсуву берегів тріщини слід визначити складові Q_x та Q_z нагельної сили в поздовжній арматурі за допомогою системи рівнянь (3). Знаючи величину нагельної сили слід визначити крутильну жорсткість елемента з нормальними тріщинами за формулою (5), а також міцність елемента з нормальними тріщинами при крученні за формулами (9) та (12).

Наведена в роботі методика визначення нагельних сил в поздовжній арматурі, жорсткості і міцності при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами дозволяє більш точно проектувати залізобетонні конструкції, в елементах яких з'являються нормальні тріщини і які сприймають не тільки згинальні, а й крутні моменти.

Дослідження показують, що міцність залізобетонних елементів при крученні залежить від перерізу поздовжньої арматури в разі наявності нормальних тріщин, що спростовує здавна існуючу думку про те, що поздовжня арматура не впливає на міцність при крученні. Наведені факти, на погляд авторів, повинні бути враховані при проведенні практичних розрахунків несучих систем залізобетонних будівель і споруд.

Перспективою досліджень є експериментальна перевірка розробленої методики розрахунку.

ЛІТЕРАТУРА

1. T. Azizov, D. Kochkarev, T. Galinska Reinforced Concrete Rod Elements Stiffness Considering Concrete Nonlinear Properties // 2020. Lecture Notes in Civil Engineering
2. Azizov T., Jurkowska N. The Problem of Considering of the Torsional Stiffness of Reinforced Concrete Elements While Designing Statically Indeterminate Systems // Engineering Studies. Issue 3 (2), 2018 Vol.10. Taylor & Francis 2018. - pp. 453-466
3. T. Azizov, N. Jurkowska, D. Kochkarev. Basis Of Calculation On Tjrsion For Reinforced Concrete Structures With Normal Cracks // Concrete Innovations In Materials, Design And Structures. Fib Symposium 2019. Cracow 27-29 May 2019. Book of Abstracts. S. 489-490
4. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7. Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. – С. 3-8.
5. Азизов Т.Н. НДС балки прямоугольного сечения при приложении крутящего момента в части сечения // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 30 – Одеса: ОДАБА, 2008. – С. 3-8.
6. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. – М.: Стройиздат, 1977. – 223 с.
7. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с
8. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
9. Коуэн Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно нарыжённом железобетоне: Пер. с англ. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.
10. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций / НИИЖБ. –М.: Стройиздат, 1984. – 87 с.

11. Срібняк, Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01 / Срібняк Наталія Миколаївна; Одеська державна академія будівництва та архітектури. – Одеса., 2009. – 23 с.

12. Тимошенко С.П. Теория упругости. – М.:ОНТИ, 1934. – 451с.

13. Филоненко-Бородич М.М. Задача о равновесии упругого параллелепипеда при заданных нагрузках на его гранях // Прикладная математика и механика. – 1951. , т.15, вып. 2. – С. 137-148.