

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФІЗИКИ

*Навчальний посібник
для здобувачів вищої освіти
природничо-математичних спеціальностей*

Укладачі: Дудик М. В., Решітник Ю. В., Декарчук С. О.

Умань
Бровари
АНФ груп
2021

Рецензенти:

Дякон В. М., кандидат фізико-математичних наук, доцент, директор Уманської філії Європейського університету;

Ковальов Л. Є., кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики і фізики Уманського національного університету садівництва;

Краснобокий Ю. М., кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики та інтегративних технологій навчання природничих наук Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.

Рекомендовано до друку вченою радою Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини (протокол № 17 від 25 травня 2021р.)

Математичні методи фізики : навч. посіб. для здобувачів вищої МЗ4 освіти природничо-математичних спеціальностей / МОН України, Уманський держ. пед. ун-т імені Павла Тичини ; уклад.: М. В. Дудик, Ю. В. Решітник, С. О. Декарчук. – Умань ; Бровари : АНФ груп, 2021. – 120 с.

У посібнику викладено теоретичні основи окремих розділів вищої математики (рівняння математичної фізики, варіаційне та операційне числення) для попередньої підготовки студентів до вивчення курсу теоретичної фізики. Наведено детальний аналіз стандартних методів та прикладів розв'язання типових задач. Запропоновано значну кількість задач для самостійного розв'язування.

Посібник буде корисним викладачам для підготовки і проведення лекцій і практичних занять з дисципліни та студентам закріплення теоретичного матеріалу і виконання індивідуальних домашніх завдань.

УДК 530(075.8)

© Дудик М. В., Решітник Ю. В.,
Декарчук С. О., уклад., 2021
© АНФ ГРУП, 2021

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
РОЗДІЛ 1. РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ	6
§ 1. Диференціальні рівняння в частинних похідних другого порядку	6
§ 2. Класифікація диференціальних рівнянь в частинних похідних	7
§ 3. Поперечні коливання струни. Рівняння гіперболічного типу.....	11
§ 4. Початкові та крайові умови.	12
§ 5. Задача Коші. Метод Даламбера розв'язування задачі Коші (метод біжучих хвиль)	13
§ 6. Метод відокремлення змінних. Метод Фур'є	15
§ 7. Рівняння параболічного типу.	20
§ 8. Інтеграл Фур'є	23
§ 9. Поширення теплоти в безмежному стержні	24
§ 10. Рівняння еліптичного типу	29
§ 11. Формули Гріна	30
§ 12. Формули Гріна для гармонічних функцій.....	32
§ 13. Інтегральні формули ля гармонічних функцій	33
§ 14. Сферичні та кульові функції. Поліноми Лежандра.....	35
Приклади розв'язування задач.....	37
Тема 1. Класифікація диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку	37
Індивідуальні домашні завдання до теми 1	39
Тема 2. Зведення до канонічного вигляду диференціальних рівнянь з частинними похідними зі сталими коефіцієнтами.....	39
Індивідуальні домашні завдання до теми 2	41
Тема 3. Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик.....	41
Індивідуальні домашні завдання до теми 3	43
Тема 4. Метод розділення змінних (метод Фур'є)	44
для рівнянь гіперболічного типу	44
Індивідуальні домашні завдання до теми 4	47
РОЗДІЛ 2. ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ	49
§ 15. Поняття функціонала.....	49
§ 16. Основна задача варіаційного числення	49
§ 17. Необхідні умови існування екстремуму функціонала. Теорема Ейлера-Лагранжа	50

§ 18. Функціональна похідна. Інваріантність рівняння Ейлера-Лагранжа відносно перетворення координат	54
§ 19. Випадки повної інтегровності та перші інтеграли рівняння Ейлера-Лагранжа	56
§ 20. Екстремальні принципи у фізиці.....	59
§ 21. Достатні умови існування мінімуму (максимуму) функціонала	60
§ 22 Задачі на умовний екстремум.....	62
22.1. Ізопериметрична задача	62
22.2. Задача Лагранжа	64
§ 23. Функціонали від функцій багатьох змінних. Рівняння Ейлера-Остроградського.....	69
§ 24. Рівняння малих коливань систем із розподіленими параметрами	72
Приклади розв'язування задач.....	80
Тема 5. Задачі на умовний екстремум. Екстремалі функціоналів	80
Індивідуальні домашні завдання до теми 5	85
Тема 6. Варіаційне числення	85
Індивідуальні домашні завдання до теми 6	86
РОЗДІЛ 3. ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ.....	88
§ 25. Оригінали та зображення.....	88
§ 26. Основні властивості перетворення Лапласа	90
§ 27. Обернене перетворення Лапласа. Способи відновлення оригіналу за відомим зображенням.....	100
§ 28. Застосування операційного числення до розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.....	101
Приклади розв'язування задач.....	106
Тема 7. Відшукання зображень за означенням. Основні властивості перетворення Лапласа. Зображення узагальненої одиничної функції. Диференціювання оригіналу.	106
Індивідуальні домашні завдання до теми 7	107
Тема 8. Теорема про множення зображень (теорема Бореля). Обернене перетворення Лапласа. Способи відновлення оригіналу за відомим зображенням.....	107
Індивідуальні домашні завдання до теми 8	109
Тема 9. Розв'язання систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.....	111
Індивідуальні домашні завдання до теми 9	112
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	118

ПЕРЕДМОВА

Сучасна фізична наука, як наука про природу та її закони, служить теоретичним фундаментом всього природознавства. Її квінтесенцією є теоретична фізика, яка не лише узагальнює у фундаментальних принципах, законах і теоріях знання про властивості і поведінку об'єктів природи та закономірності протікання природних явищ, але й формулює нові постулати і принципи, створює нові теорії, передбачає нові ефекти. На відміну від курсу загальної фізики, в якому основним методом дослідження є, передусім, експеримент, курс теоретичної фізики ґрунтується на іншому методі пізнання природи – теоретичному, що являє собою аналіз математичних моделей, за допомогою яких виявляються властивості, особливості і зв'язки природних об'єктів у тих або інших умовах.

Призначенням курсу «Математичні методи фізики» є ознайомлення студентів природничо-математичних спеціальностей з математичним апаратом теоретичної фізики. Базову складову цього апарату студенти мали можливість засвоїти в рамках таких обов'язкових, традиційних дисциплін цих спеціальностей як вища математика, лінійна алгебра і аналітична геометрія. Пропонований курс «Математичні методи фізики» доповнює математичну підготовку студентів вивченням додаткових розділів математики, які сприятимуть більш ефективному розумінню засобів розв'язання специфічних задач теоретичної фізики. До даного курсу віднесено розгляд понять класичної теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних та методів їх розв'язання, основ операційного та варіаційного числення. Засвоєння курсу сприятиме також досягненню більш загальної мети: формування у студентів цілісного уявлення про основні математичні моделі фізичних явищ і процесів та методи їх дослідження, виявлення з їх допомогою особливостей поведінки фізичних об'єктів, оволодіння уміннями висувати гіпотези і будувати моделі, застосовувати математичні методи фізики для опису фізичних моделей реальних явищ і процесів; використання набутих знань і вмінь для розв'язання прикладних задач; підвищення рівня загальної культури теоретичних розрахунків.

Тематично посібник поділений на три розділи: рівняння математичної фізики, операційне числення, варіаційне числення, кожен з яких включає велику кількість розв'язаних завдань. В кінці кожного розділу містяться індивідуальні домашні завдання для студентів. Також наведено список рекомендованої літератури для більш детального розгляду матеріалу з кожного розділу.

Посібник буде корисним викладачам для підготовки і проведення лекцій і практичних занять з дисципліни та студентам закріплення теоретичного матеріалу і виконання індивідуальних домашніх завдань.