Міністерство освіти і науки України

Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини

**Лінійна алгебра**

**Модуль ІІ. Матриці та визначники**

**Модуль ІІІ. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь**

Навчальний посібник

**Укладач Дубовик В. В.**

2-ге видання, перероблене та доповнене

Умань 2018

УДК 512.64(075.8)

Л59

*Рекомендовано до друку вченою радою факультету фізики, математики та інформатики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини*

*(протокол №4 від 24 листопада 2017)*

**Рецензенти:**

**Вакалюк Т.А.** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри прикладної математики та інформатики Житомирського державного університету імені Івана Франка.

**Махомета Т.М.** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.

**Поліщук Т.В.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини.

Л59 Лінійна алгебра. Модуль ІІ. Матриці та визначники. Модуль ІІІ. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь : навчальний посібник / МОН України, Уманський держ. пед. у-тет імені Павла Тичини; уклад. Дубовик В. В. – 2-ге вид., перероб. та доп.– Умань: Візаві, 2018. – 148 с.

У посібнику розкриті теоретичні основи матриць та визначників, систем лінійних алгебраїчних рівнянь, а також розглянуті практичні завдання по даних темах. Кожний розділ доповнений контрольними запитаннями та завданнями для самоконтролю.

УДК 512.64(075.8)

Л59

Зміст

[Передмова 5](#_Toc531055202)

Модуль ІІ. Матриці та визначники [6](#_Toc531055203)

Розділ 1. [Основні поняття про матрицю. Операції над матрицями та їх властивості 6](#_Toc531055203)

Параграф 1.1. [Основні поняття матриці 6](#_Toc531055204)

Параграф 1.2. [Множення матриць на число 9](#_Toc531055205)

Параграф 1.3. [Додавання матриць 9](#_Toc531055206)

Параграф 1.4. [Віднімання матриць 10](#_Toc531055207)

Параграф 1.5. [Множення матриць 16](#_Toc531055208)

Параграф 1.6. [Піднесення матриці до степеня 26](#_Toc531055209)

Параграф 1.7. [Транспонування матриці 32](#_Toc531055210)

[Завдання для самостійного опрацювання 38](#_Toc531055211)

Розділ 2. [Визначники квадратних матриць 57](#_Toc531055212)

Параграф 2.1. [Поняття та знаходження визначника квадратних матриць 57](#_Toc531055213)

Параграф 2.2. [Властивості визначників 68](#_Toc531055214)

[Завдання для самостійного опрацювання 81](#_Toc531055215)

Розділ 3. [Мінори та алгебраїчні доповнення 85](#_Toc531055216)

Параграф 3.1. [Поняття мінорів та алгебраїчних доповнень 85](#_Toc531055217)

Параграф 3.2. [Знаходження визначника розкладанням за елементами рядка чи стовпця 87](#_Toc531055218)

[Завдання для самостійного опрацювання 89](#_Toc531055219)

Розділ 4. [Обернена матриця, ранг матриці 95](#_Toc531055220)

Параграф 4.1. [Поняття та знаходження оберненої матриці 95](#_Toc531055221)

Параграф 4.2. [Поняття ранг матриці та знаходження рангу матриці 100](#_Toc531055222)

[Завдання для самостійного опрацювання 104](#_Toc531055223)

Розділ 5. [Визначники вищих порядків 109](#_Toc531055224)

Параграф 5.1. [Зведення визначників до трикутного вигляду 109](#_Toc531055225)

Параграф 5.2. [Метод пониження порядку визначника 126](#_Toc531055226)

Параграф 5.3. [Метод виділення лінійних множників 130](#_Toc531055228)

Параграф 5.4. [Метод розкладу визначника в суму визначників 136](#_Toc531055230)

Параграф 5.5. [Зведення визначників до визначника Вандермонда 140](#_Toc531055231)

[Завдання для самостійного опрацювання 145](#_Toc531055232)

Модул ІІІ. [СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ 151](#_Toc531055233)

Розділ 6. [СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ 151](#_Toc531055233)

Параграф 6.1. [Поняття про лінійні алгебраїчні рівняння. Теорема Кронекера – Капеллі 151](#_Toc531055234)

Параграф 6.2. [Метод Гаусса 154](#_Toc531055235)

Параграф 6.3. [Матричний спосіб розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь 158](#_Toc531055236)

Параграф 6.4. [Метод Крамера розв’язування систем лінійних рівнянь 162](#_Toc531055237)

[Завдання для самостійного опрацювання 166](#_Toc531055238)

[Використана література 169](#_Toc531055239)

# Передмова

Сучасна педагогічна освіта вимагає від майбутніх вчителів математики володіти не тільки знаннями, вміннями і навичками елементарної математики, а й іншими математичними дисциплінами для того, щоб стати висококваліфікованим фахівцем у своїй справі. Зокрема, особлива увага приділяється вивченню лінійної алгебри, адже отримані знання по закінченні курсу необхідні для оволодіння сучасним математичним апаратом із метою подальшого його застосування під час вивчення інших математичних дисциплін, а також при проведенні самостійних наукових досліджень. Опанування курсу лінійної алгебри займає важливе місце в системі підготовки майбутнього вчителя математики, оскільки сприяє як формуванню наукового світогляду в цілому, так і математичної культури зокрема.

Посібник складається із розділів, які умовно можна поділити на дві частини: теоретичні основи із зразками розв’язання вправ та завдання для самостійного опрацювання трьох рівнів складності.

У цілому за змістом, структурою, логікою та послідовністю викладання матеріалу навчально-методичний посібник “Лінійна алгебра. Модуль ІІ. Матриці та визначники. Модуль ІІІ. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь” відповідає навчальній програмі з дисципліни «Лінійна алгебра» та є оригінальним виданням, яке має наукову новизну та практичну цінність. Він буде корисним для студентів педагогічних університетів та викладачів вищих навчальних закладів.