



# Sciences of Europe

VOL 1, No 36 (2019)

**Sciences of Europe**  
(Praha, Czech Republic)

**ISSN 3162-2364**

The journal is registered and published in Czech Republic.  
Articles in all spheres of sciences are published in the journal.

Journal is published in Czech, English, Polish, Russian, Chinese, German and French.

Articles are accepted each month.

Frequency: 12 issues per year.

Format - A4

All articles are reviewed

Free access to the electronic version of journal

All manuscripts are peer reviewed by experts in the respective field. Authors of the manuscripts bear responsibility for their content, credibility and reliability.

Editorial board doesn't expect the manuscripts' authors to always agree with its opinion.

**Chief editor:** Petr Bohacek

**Managing editor:** Michal Hudecek

- Jiří Pospíšil (Organic and Medicinal Chemistry) Zentiva
- Jaroslav Fähnrich (Organic Chemistry) Institute of Organic Chemistry and Biochemistry Academy of Sciences of the Czech Republic
- Smirnova Oksana K., Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of History (Moscow, Russia);
- Rasa Boháček – Ph.D. člen Česká zemědělská univerzita v Praze
- Naumov Jaroslav S., MD, Ph.D., assistant professor of history of medicine and the social sciences and humanities. (Kiev, Ukraine)
- Viktor Pour – Ph.D. člen Univerzita Pardubice
- Petrenko Svyatoslav, PhD in geography, lecturer in social and economic geography. (Kharkov, Ukraine)
- Karel Schwaninger – Ph.D. člen Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
- Kozachenko Artem Leonidovich, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of History (Moscow, Russia);
- Václav Pittner -Ph.D. člen Technická univerzita v Liberci
- Dudnik Oleg Arturovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Physical and Mathematical management methods. (Chernivtsi, Ukraine)
- Konovalov Artem Nikolaevich, Doctor of Psychology, Professor, Chair of General Psychology and Pedagogy. (Minsk, Belarus)

«Sciences of Europe» -

Editorial office: Křížíkova 384/101 Karlín, 186 00 Praha

E-mail: [info@european-science.org](mailto:info@european-science.org)

Web: [www.european-science.org](http://www.european-science.org)

# TECHNICAL SCIENCES

## КРУТИЛЬНАЯ ЖЕСТКОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ДВУТАВРОВЫХ БАЛОК С МНОГОРЯДНЫМ АРМИРОВАНИЕМ ПРИ НАЛИЧИИ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН

*Азизов Т.Н.*

*докт. техн. наук, проф.*

*Орлова О.М.*

*Нагайчук Е.*

*канд.техн.наук*

*Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины*

## TORSIONAL STIFFNESS OF REINFORCED I-BEAMS WITH MULTIPLE REINFORCEMENT WITH NORMAL CRACKS

*Azizov T.,*

*Professor, DSc (eng.)*

*Orlova O.,*

*Nagaichuk O.*

*Candidate of Technical Sciences (PhD)*

*Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Ukraine*

### **АННОТАЦИЯ**

Приведена методика определения крутильной жесткости железобетонных стержневых элементов с нормальными трещинами, отличающаяся учетом многорядного расположения продольной арматуры. На примере двутаврового сечения показана функция зависимости взаимного смещения берегов нормальной трещины от высоты этой трещины. Приведен алгоритм расчета жесткости элемента с нормальной трещиной, отличающийся своей простотой и отсутствием итераций. Поперечные силы в стержнях продольной арматуры определяются из решения составленной системы уравнений.

### **ABSTRACT**

The article is devoted to the method of determining the twisting stiffness of reinforced concrete rods with normal cracks, which differ by multi-row arrangement of valves. An I-beam is taken as an example, the dependence of the mutual displacement of the normal crack faces on the height of this crack is shown. An algorithm for calculating the stiffness of an element with a normal crack is given. The algorithm is notable for its simplicity and lack of iterations. The transverse forces in the rods of the longitudinal reinforcement are determined by solving a system of equations.

**Ключевые слова:** кручение, железобетонный стержень, нормальная трещина, арматура.

**Keywords:** torsion, reinforced concrete element, normal crack, reinforcement.

### **Постановка задачи и анализ исследований.**

Крутильная жесткость железобетонных элементов с трещинами изучена значительно меньше их изгибной жесткости. При этом основное внимание в научных работах и нормативных документах, посвященных работе железобетонных элементов при кручении, удалено элементам с пространственными (спиральными) трещинами [1, 3, 8, 9]. Однако, экспериментальными и теоретическими исследованиями было показано [4, 5, 11], что нормальные трещины также оказывают существенное влияние на жесткость при кручении стержневых железобетонных элементов. В работах Т.Н. Азизова [2, 5, 7] рассмотрены численные и приближенные методики определения крутильных жесткостей элементов прямоугольного, таврового, коробчатого и полого треугольного сечений. Однако многие стержневые железобетонные элементы имеют двутавровое сечение. К такому типу можно отнести и пустотные плиты перекрытий, и мостовые балки с пустотами различного очертания. Кроме того, в вышеуказанных работах не учтено наличие многих

(более двух) стержней продольной арматуры.

В связи с вышесказанным целью настоящей статьи является разработка методики определения крутильной жесткости стержневого железобетонного элемента двутаврового сечения с нормальными трещинами при наличии в сечении любого количества стержней продольной арматуры.

### **Изложение основного материала.**

Как было показано в работах автора [1, 5, 7] для определения крутильной жесткости элемента (в принципе любого поперечного сечения) следует мысленно рассечь все продольные стержни арматуры. Далее следует определить взаимное смещение берегов нормальной трещины. Эту задачу можно решить несколькими способами. Наиболее точным решением этой задачи является моделирования объемными конечными элементами. При этом определяется взаимное перемещение берегов нормальной трещины на крайней грани элемента. На рис. 1 приведена схема взаимного смещения  $\Delta_{crc}$  берегов нормальной трещины при кручении стержневого элемента прямоугольного сечения.

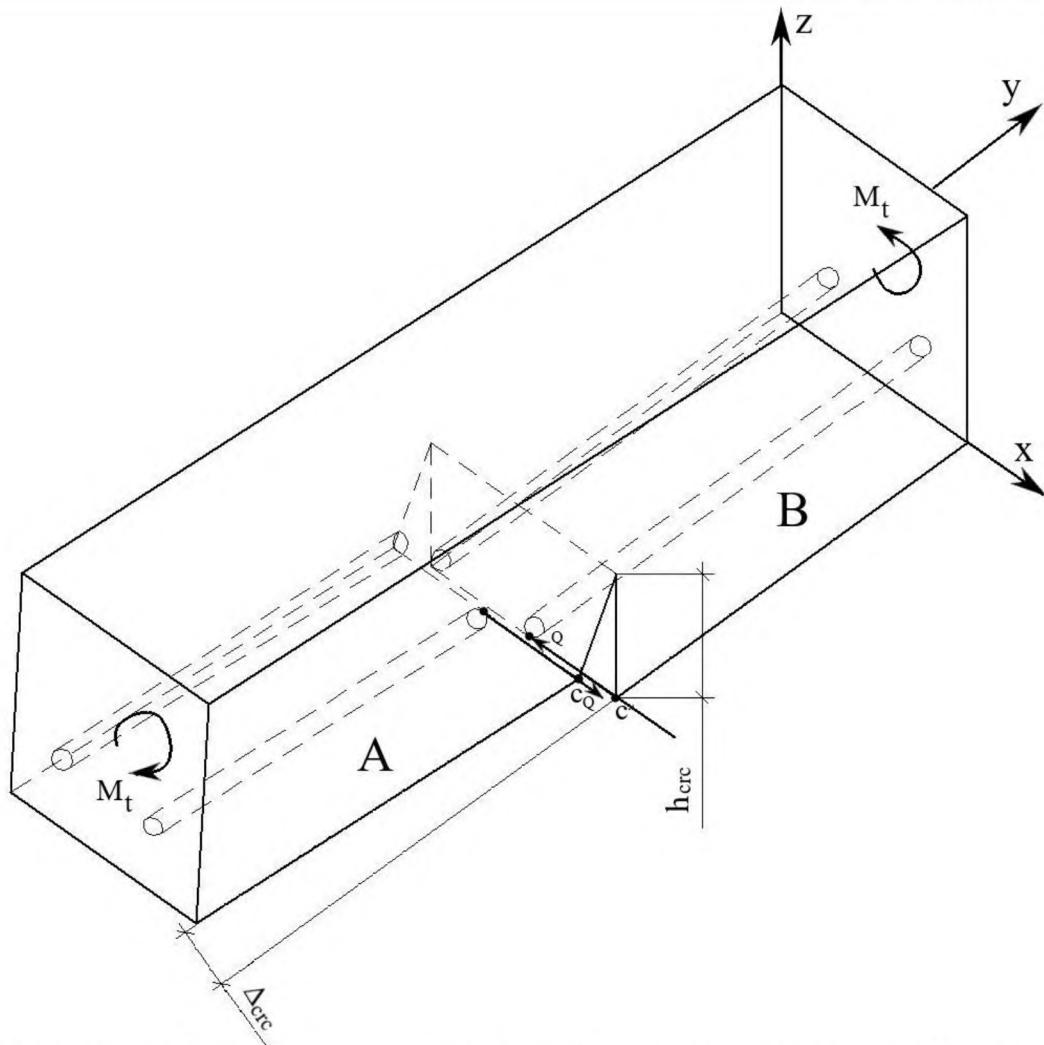


Рис. 1. Схема для определения нагельной силы в арматуре при взаимном повороте двух блоков, отделенных трещиной

Перемещение точки С относительно точки С<sup>1</sup> имеет в общем случае две составляющие – по направлению горизонтальной оси X и вертикальной оси Z. Этому перемещению сопротивляется нагельная сила Q в продольной арматуре и не треснувшая часть бетонного сечения в верхней зоне элемента над нормальной трещиной (см. рис. 1).

На основании серии расчетов легко получить функцию зависимости  $\Delta_{crc}$  от высоты  $h_{crc}$  трещины  $\Delta_{crc}=f(h_{crc})$ . Для этого рассчитываемый стержневой элемент двутаврового сечения следует смоделировать в любом известном программном комплексе типа Ansys, Lira и др. с помощью объемных конечных элементов. Учитывая, что применяемые на практике типовые конструкции имеют не очень большую номенклатуру типоразмеров, решение такой задачи не составляет особого труда.

Для пояснения рассмотрим пример для стержневого элемента двутаврового поперечного сечения (экспериментальный образец). Размеры поперечного сечения двутавра следующие: ширина верхней полки  $b_f^1=250$  мм; ширина нижней полки  $b_f=75$  мм; толщина ребра  $t=30$  мм; толщины верхней и нижней полок  $h_f^1=h_f=40$  мм. Модуль деформаций материала балки (бетона)  $E_b=25000$  МПа. На торец элемента действует крутящий момент  $M_t=10$  кН·см. Нормальная трещина смоделирована в виде промежутка малой величины с отсутствием конечных элементов (условный разрез).

Графики функций взаимных перемещений  $\Delta_{crc,x}$  и  $\Delta_{crc,z}$  в зависимости от высоты трещины  $h_{crc}$  (мм) приведены на рис. 2. По вертикальной оси отложены значения  $\Delta_{crc,x}$  и  $\Delta_{crc,z}$ , умноженные на 100 (мм). По горизонтальной линии – значения высоты нормальной трещины  $h_{crc}$  (мм)

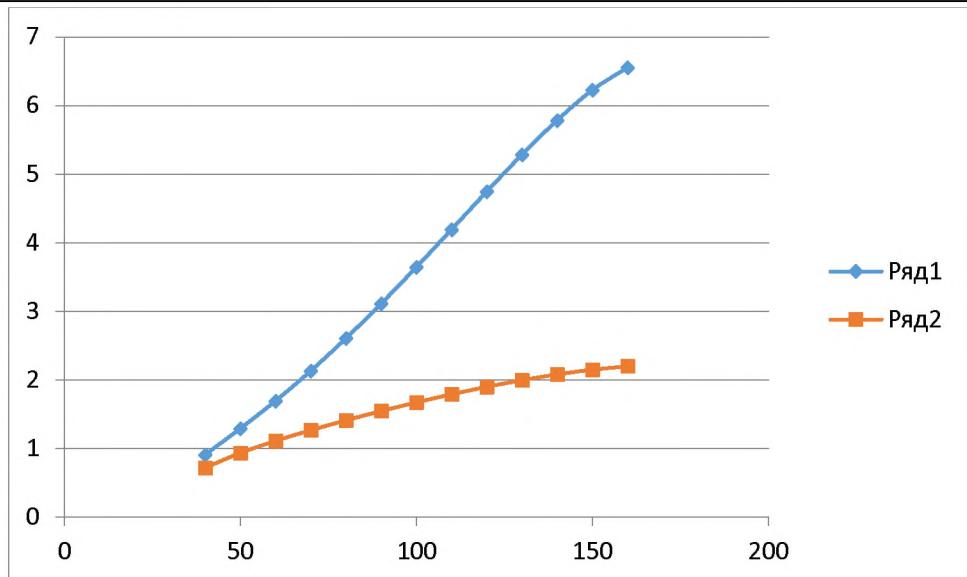


Рис. 2. Графики зависимости взаимных перемещений берегов нормальной трещины ( $\Delta_{crc} \cdot 100$  мм) от ее высоты (горизонтальная ось)  $h_{crc}$  (мм):  
ряд 1 – горизонтальные перемещения  $\Delta_{crc,x}$ ;  
ряд 2 – вертикальные перемещения  $\Delta_{crc,z}$

Зная величины  $\Delta_{crc,x}$  и  $\Delta_{crc,z}$ , нетрудно определить полное взаимное смещение  $\Delta_{crc}$  берегов трещины по очевидному выражению:

$$\Delta_{crc} = \sqrt{\Delta_{crc,x}^2 + \Delta_{crc,z}^2} \quad (1)$$

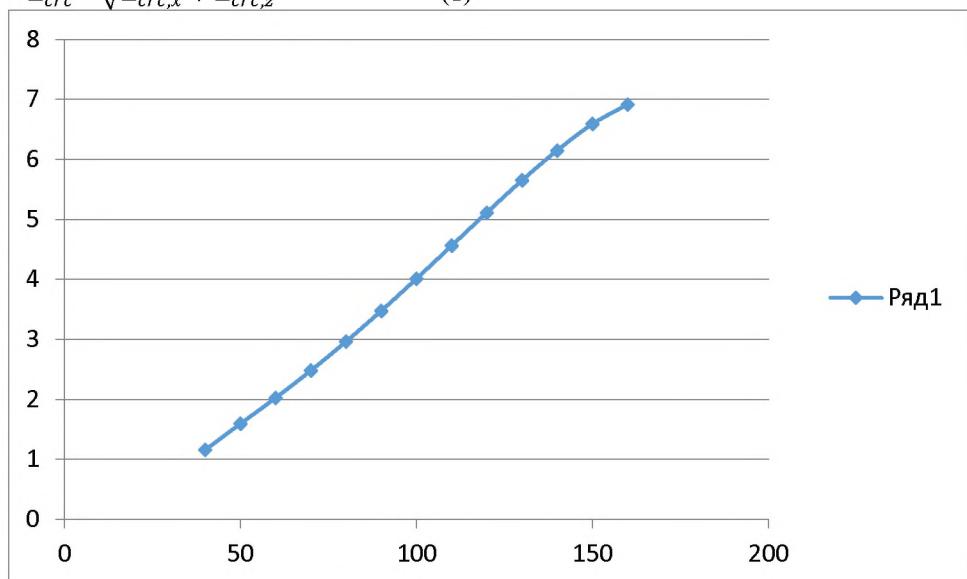


Рис. 3. График зависимости полных взаимных перемещений берегов нормальной трещины ( $\Delta_{crc} \cdot 100$  мм) от ее высоты  $h_{crc}$  (мм):

Как видим, графики функций являются практически прямыми линиями. Аппроксимация этих функций имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{crc,x} &= 0.049 \cdot h_{crc} - 1.227; \quad \Delta_{crc,z} = 0.012 \cdot h_{crc} + 0.37; \\ \Delta_{crc} &= 0.05 \cdot h_{crc} - 0.945 \end{aligned} \quad (2)$$

Следует, конечно же, иметь в виду, что при пользовании формулами (2) надо учитывать реальные величины модуля деформаций бетона  $E_b$  и крутящего момента  $M_t$ , т.к. формулы (2) получены из аппроксимации результатов численного расчета с конкретными данными величин  $E_b$  и  $M_t$ , (см. выше).

График функции  $\Delta_{crc}$  от высоты трещины  $h_{crc}$  приведен на рис. 3.

Это нетрудно сделать умножением данных по (2) на отношение реальных модулей деформации и крутящего момента соответственно к модулю деформаций и моменту, приведенными выше в качестве примера.

Кроме того, следует иметь в виду, что не во всех случаях зависимости взаимного смещения берегов нормальной трещины от высоты трещины будут линейными, как в примере выше. Если трещина распространится в пределы верхней полки, то зависимость искривляется. Однако, получение таких зависимостей не сложно по вышеприведенной методике.

Распределение перемещений по ширине сечения будет линейным. Это следует из решения Сен-Венана, по которому поперечные сечения искривляются (в направлении продольной оси), но предполагается, что перемещения точек, лежащих в плоскости поперечных сечений, происходят так, что проекция деформированного сечения на плоскость, перпендикулярную к оси, сохраняет первоначальную форму сечения (см, например, [8, 12]). Другими словами, форма поперечного сечения не изменяется, но оно искривляется в направлении продольной оси (оси Y в нашем случае по рис. 1). В связи с этим, если известно расстояние  $b_{s,i}$  от грани элемента до места расположения арматуры  $A_{s,i}$  и величина перемещения  $\Delta_{crc}$ , на грани плиты (определенная из решения задачи с помощью аппроксимации результатов конечно-элементного расчета по формуле 2), то взаимное смещение в месте расположения арматуры  $A_{s,i}$  будет определена по очевидному выражению, полученному из подобия при деформации:

$$\Delta_{crc}^{s,i} = \Delta_{crc} \left(1 - \frac{b_{s,i}}{b}\right) \quad (3)$$

Таким образом определяются все взаимные смещения в местах расположения каждой  $i$ -той арматуры ( $i=1 \dots n$ , где  $n$  – количество стержней продольной арматуры в сечении)/

Основной задачей, как видим, является определение взаимного смещения берегов нормальной трещины в схеме с условно разрезанными стержнями продольной арматуры. Эту задачу следует решать, как рекомендовано выше, с помощью моделирования заданного сечения стержневого элемента (двулавр, тавр, прямоугольник и др.) с помощью объемных конечных элементов и аппроксимацией функциями типа (2). Проделанная один раз такая работа и полученная один раз формула типа (2) в дальнейшем может быть использована сколько угодно раз для решения задачи с различным армированием, различными прочностными и деформативными характеристиками бетона и арматуры. Таким образом можно получить для различных сечений базу данных и формулы подобные (2), как это рекомендовано в [2, 6].

После этого алгоритм определения крутильной жесткости многопустотной плиты с нормальными трещинами имеет нижеследующую структуру (в основе подхода лежит методика [2, 5, 7].

1. По выражениям (2) определяем взаимные смещения  $\Delta_{crc}$  берегов трещины у крайней грани плиты от действия внешнего момента величиной  $M_t$ .

2. По выражению (3) определяем взаимное смещение берегов трещины в местах расположения всех стержней арматуры  $\Delta_{crc}^{s,i}$  ( $i=1 \dots n$ , где  $n$  – количество стержней продольной арматуры);

3. Определяем перемещение от местного смятия бетона под арматурным стержнем от действия единичной нагельной силы  $Q=1$  по эмпирической формуле [10]:

$$\Delta_{loc} = \frac{1000}{d_s^3 E_c^2} + \frac{1}{d_s E_c} \quad (4)$$

где  $d_s$  и  $E_c$  – соответственно диаметр арматуры и модуль деформаций бетона.

4. Определяем взаимное смещение  $\Delta_{crc}^Q$  берегов нормальной трещины от действия противоположно направленных единичных сил  $Q=1$ , приложенных в уровне ряда продольной арматуры (см. рис. 1). При этом также в модели с использованием объемных конечных элементов прикладываются силы  $Q=1$  как показано на рис. 1. В результате получаем зависимости  $\Delta_{crc}^Q$  подобные (2). Т.е. разница между определением величин  $\Delta_{crc}$  и  $\Delta_{crc}^Q$  заключается лишь в схеме приложения крутящего момента (в первом случае – в центре тяжести торцевого сечения; во втором – в уровне расположения арматуры двумя взаимно противоположно направленными силами).

5. Из условия поворота сечения как жесткого в своей плоскости (вышеупомянутое решение Сен-Венана) из геометрического подобия определяем взаимное смещение берегов трещины в местах расположения арматуры  $A_{s,i}$  по формулам, аналогичным выражению (3) (с подстановкой вместо  $\Delta_{crc}$  величины  $\Delta_{crc}^Q$ ). Таким образом определим все величины  $\Delta_{Q_{i,j}}$  – смещение берегов трещины в месте расположения арматуры  $i$  от действия единичной силы  $Q_i=1$ , приложенной в месте расположения арматуры  $j$

6. Следуя методике [2, 5, 7], но с учетом большего количества стержней арматуры, определяем неизвестные нагельные силы  $Q_i$  в каждой продольной арматуре  $A_{s,i}$  из условия совместности деформаций в месте их мысленного рассечения. Эти силы определятся из системы уравнений:

$$\begin{aligned} Q_1(\overline{\Delta_{Q_{1,1}} + 2\Delta_{loc}}) + Q_2(\overline{\Delta_{Q_{1,2}} + 2\Delta_{loc}}) + \dots \\ + Q_n(\overline{\Delta_{Q_{1,n}} + 2\Delta_{loc}}) = \Delta_{crc}^{s,1} \\ Q_2(\overline{\Delta_{Q_{2,1}} + 2\Delta_{loc}}) + Q_2(\overline{\Delta_{Q_{2,2}} + 2\Delta_{loc}}) + \dots + \\ Q_n(\overline{\Delta_{Q_{2,n}} + 2\Delta_{loc}}) = \Delta_{crc}^{s,2} \quad (5) \\ Q_n(\overline{\Delta_{Q_{n,1}} + 2\Delta_{loc}}) + Q_2(\overline{\Delta_{Q_{n,2}} + 2\Delta_{loc}}) + \dots \\ + Q_n(\overline{\Delta_{Q_{n,n}} + 2\Delta_{loc}}) = \Delta_{crc}^{s,n} \end{aligned}$$

После определения всех нагельных сил жесткость железобетонного элемента с нормальной трещиной определяется аналогично [5, 7] по выражению:

$$B_{crc} = \frac{\Delta_{bl}}{\Delta_{bl} + \Delta} B_t, \quad (6)$$

где  $\Delta_{bl}$  – перемещение грани целого (без трещин) блока стержня, отделенного нормальной трещиной от кручения. Оно определяется по известным формулам сопротивления материалов;  $B_t$  – крутильная жесткость сплошного стержня без трещин;  $\Delta$  – полное перемещение в трещине, равное по подобию с [5]:

$$\Delta = 2 \cdot Q_{max} \overline{\Delta_{loc}} \quad (7)$$

где  $Q_{max}$  – максимальная нагельная сила в стержнях продольной арматуры, определенная из системы (5). Так как все стержни арматуры сопротивляются взаимному перемещению берегов нормальной трещины, а согласно (4) смятие бетона

происходит одинаково под всеми стержнями, поэтому в (7) принятая максимальная величина нагельной силы.

#### **Выводы и перспективы исследований.**

В результате теоретических исследований мы получили методику для определения крутильной жесткости железобетонного элемента любого поперечного сечения с нормальными трещинами при наличии любого количества продольной арматуры. Двутавровое сечение принято лишь для пояснения сути методики и получения аппроксимационной формулы определения взаимного смещения берегов нормальной трещины. Предложенный алгоритм определения жесткости можно распространить на элементы любого поперечного сечения. Методика отличается простым способом определением зависимости перемещения берегов трещины от ее высоты и учетом многорядного расположения арматуры. Преимуществом методики является ее простота и отсутствие надобности нового расчета каждый раз при изменении высоты трещины и изменении количества арматуры.

В перспективе предполагается разработка программы для ЭВМ и экспериментальная проверка разработанной методики.

#### **Литература**

1. ACI 318-11, Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318M-11), American Concrete Institute, Farmington Hills, 2011.
2. Azizov T. Calculation of reinforced concrete ceilings with normal cracks accounting the Chebyshev approximation / T.Azizov, O. Melnik and others // 6 th International Scientific Conference "Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings" Transbud-2017. – Kharkiv, April 19-21, 2017 - S. 1-7.
3. BS EN 1990:2002+A1:2005, Eurocode: Basis of Structural Design (includes Amendment A1:2005), (2002) 21.
4. Kochkarev D. Bending deflection reinforced concrete elements determination/ D. Kochkarev, T. Azizov and T. Galinska // Published online: at the MATEC Web of Conferences, 16 November 2018.
5. Азизов Т.Н. Жесткость железобетонных элементов при кручении и ее влияние на пространственную работу мостов // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій// Збірник наукових праць. НАН України. Фізико-мех.інститут ім.. В.Г. Карпенка. – Львів, 2009. – С. 576-590.
6. Азизов Т.Н. Использование аппроксимационных конечных элементов в расчетах конструкций / Т.Н. Азизов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 39, частина 1. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2010. – С. 4-9.
7. Азизов, Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами / Т.Н. Азизов // Дороги і мости. Збірник наукових праць. К.: ДерждорНДІ, 2007. – Вип. 7. Том 1. – С. 3-8.
8. Арутюнян Н.Х. Кручение упругих тел. / Н.Х Арутюнян, Б.Л. Абрамян. – М: Гос. Издательство физико-математической литературы, 1963. – 686 с.
9. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. / Н.И. Карпенко; – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
10. Коуэн, Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. / Г.Дж. Коуэн; – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.
11. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций / НИИЖБ. –М.: Стройиздат, 1984. – 87с.
12. Срібняк, Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: автореф. дис. .... канд. техн. наук 05.23.01 / Срібняк Наталія Миколаївна; Одеська державна академія будівництва та архітектури. – О., 2009. – 23 с.
13. Тимошенко С.П. Теория упругости. – М.:ОНТИ, 1934. – 451с.

#### **ДОСЛІДЖЕННЯ І РОЗРОБКА РІШЕНЬ ІНТЕРНЕТУ РЕЧЕЙ ШИРОКОГО ЗАСТОСУВАННЯ**

**Уривський Л.О.**

д.т.н., проф., Зав. кафедри телекомунікаційних систем,

**Мошинська А.В.**

к.т.н., доцент кафедри телекомунікаційних систем,

**Осипчук С.О.**

к.т.н., ст. викладач кафедри телекомунікаційних систем,

**Киращук В.В.**

магістрант кафедри телекомунікаційних систем

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"