УДК 624.012.45

ІНЖЕНЕРНИЙ СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ПРИ КРУЧЕННІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДВОТАВРОВОГО ПЕРЕРІЗУ З НОРМАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ

ENGINEERING METHOD FOR DETERMINATION OF STIFFNESS AT TURNING OF REINFORCED CONCRETE I-BEAM ELEMENTS WITH NORMAL CRACKS

Азізов Т.Н., д.т.н., проф., Орлова О.М. (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини)

Azizov T.N. Doctor of Engineering, Professor, Orlova O.M. (Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University)

Наведено інженерну методику визначення жорсткості при крученні двотаврових залізобетонних елементів з нормальними тріщинами. Методика ґрунтується на підборі середньої жорсткості перерізу подібно тому як це зроблено у нормах ЕКБ для визначення згинальної жорсткості залізобетонних елементів з тріщинами.

It is known that the load redistribution in statically indeterminate systems depends almost equally on the bending and torsional stiffness of individual elements. Despite this, most calculations in the calculation of reinforced concrete rod systems, including known powerful software packages, are made without taking into account changes in torsional stiffness as a result of the formation of normal cracks. The change in torsional stiffness is either ignored altogether or is taken into account only in the presence of spatial cracks. Existing methods for determining the torsional stiffness relate mainly to reinforced concrete I-beam elements with spiral cracks. This problem remains quite acute today. And it is mainly due to the lack of reliable methods for determining the torsional stiffness of reinforced concrete elements with normal cracks. The article proposes an engineering method for determining the torsional stiffness of reinforced concrete elements of the I-beam cross-section with normal cracks. The proposed engineering method allows solving the problem of torsion of reinforced concrete elements by introducing the average stiffness and its approximation by the coefficient of averaging stiffness. This approach is similar to the approach adopted in European

Norms to determine the average stiffness of bending reinforced concrete I-beam elements with cracks. The averaging factor is obtained by modeling many problems using proven software packages using three-dimensional finite elements. The dependences of the ratio of crack height to full height are used; the moment of inertia in the crack to the moment of inertia of the full section; the ratio of the total height of the section to the distance between the cracks. The proposed technique can significantly reduce the number of numerical experiment problems using three-dimensional finite elements.

Ключові слова: жорсткість при крученні, двотавровий переріз, нормальна тріщина, усереднена жорсткість, апроксимація, скінчені елементи.

Keywords: torsional rigidity, I-beam element, a normal crack, average stiffness, approximation, finite elements.

Аналіз досліджень і постановка задачі

Відомо, що жорсткості залізобетонних елементів залежать від наявності різних тріщин [1, 11, 12]. У роботах [3, 7, 8] показано, що перерозподіл локального навантаження в статично невизначених системах залежить практично однаковим чином як від згинальної, так і від крутильній жорсткостей окремих елементів. Незважаючи на це, більшість розрахунків при розрахунку залізобетонних стрижневих систем, включаючи і відомі потужні програмні комплекси, проводиться без урахування зміни жорсткості при крученні в результаті утворення нормальних тріщин. Зміна жорсткості при крученні або ігнорується взагалі, або враховується тільки при наявності просторових тріщин. Існуючі методики визначення жорсткості при крученні [4, 5] стосуються в основному залізобетонних елементів з просторовими (спіральними) тріщинами при дії кручення, хоча експериментальними дослідженнями встановлено істотний вплив нормальних тріщин на крутильну жорсткість залізобетонних елементів [7]. Ця проблема і на сьогодні залишається досить гострою. І пов'язана вона в основному з відсутністю достовірних методів визначення жорсткості при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами.

У роботах [1, 7, 10] розглянуто дослідження жорсткості при крученні залізобетонних елементів з нормальними тріщинами. Однак не розглянуті методи розрахунку крутильних жорсткостей елементів двотаврового перерізу. Крім того, для інженерних розрахунків бажано мати просту методику, що дозволяє на етапі варіантного проектування швидко і без застосування складних обчислювальних процесів визначити крутильну жорсткість залізобетонного елемента з нормальними тріщинами.

У зв'язку з вищесказаним **метою цієї статті** є розробка інженерного методу розрахунку жорсткості при крученні залізобетонних двотаврових елементів з нормальними тріщинами.

Виклад основного матеріалу.

Розглянемо залізобетонний елемент двотаврового перетину з нормальними тріщинами (рис. 1). Зміщенню в тріщині блоку А відносно блоку В перешкоджають невідома нагельна сила в поздовжній арматурі та опір частини бетонного перерізу над тріщиною. Невідому нагельну силу згідно [1, 11] неважко визначити з умови рівності переміщень в місці умовного розсічення поздовжньої арматури.

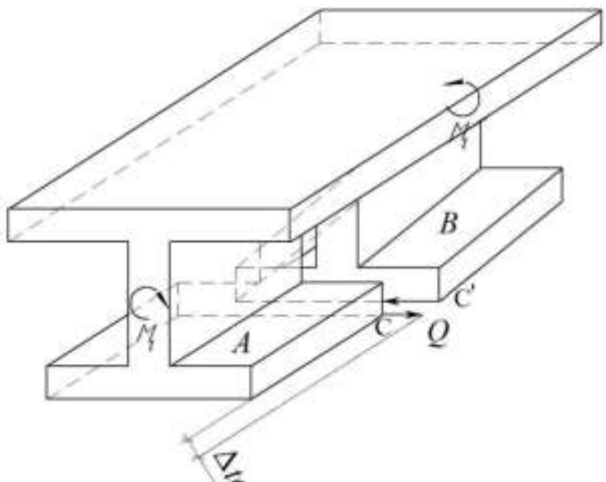

Рис. 1. Схема переміщення блоку А відносно блоку В і дії нагельної сили в поздовжній арматурі

Після розтину поздовжньої арматури головною і однією з найскладніших частин завдання стає визначення взаємного зсуву берегів нормальної тріщини. Складність завдання полягає в тому, що зміщення одного блоку відносно іншого відбувається в результаті місцевих деформацій над тріщинами. У цьому легко переконатися, змоделювавши стрижень з нормальним розрізом за допомогою об'ємних скінчених елементів (рис. 2). На рисунку 2 для спрощення показаний елемент прямокутного перерізу.

У більшості випадків зміщення між точками ***c*** і ***d*** буде більше переміщення точки ***c*** від крутіння суцільного блоку довжиною ***l***. І чим більше висота тріщини, тим більшою буде ця різниця.

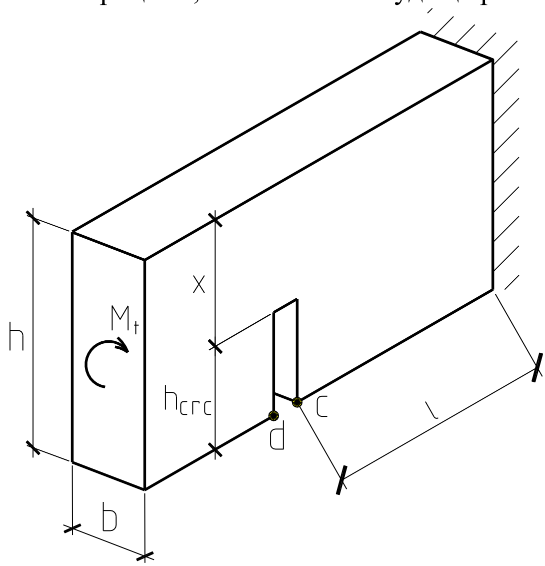

Рис. 2. Модель елемента з нормальним розрізом

Ця обставина істотно ускладнює завдання. Зважаючи на малість довжини ділянки ***c-d*** над тріщиною (ширини розкриття тріщини) спроба розрахувати переміщення елемента як стрижня зі змінним поперечним перерізом не призведе до правильних результатів. Так, наприклад, якщо розглянути стрижень із ступінчастою зміною перерізу, то кут повороту його торця, до якого прикладений крутний момент Mt, визначиться за відомою формулою опору матеріалів:

$$\varphi = M_t\left(\frac{l_1}{GJ_1} + \frac{l_2}{GJ_2} + \frac{l_3}{GJ_3}\right), \tag{1}$$

де GJ_1, GJ_2, GJ_3 – відповідно крутильні жорсткості перші другої і третьої ділянок стрижня; l_1, l_2, l_3 – відповідно довжини ділянок.

Легко перевірити, що якщо змоделювати ступінчасту жорсткість елемента з тріщиною, то розрахунок за формулою (1) дасть мізерно малий приріст переміщення (повороту) в місці різкої зміни перерізу елемента зважаючи на його вельми малої довжини.

У роботах [2, 10] будо запропоновано визначати взаємне переміщення берегів нормальної тріщини за допомогою апроксимації даних чисельного експерименту. Для цього слід створити базу даних функцій залежності переміщення в тріщині від геометричних параметрів елемента, висоти тріщини і відстані між тріщинами. Це досить надійний підхід, однак, на сьогоднішній день така база даних не створена через потребу проведення тисяч однотипних розрахунків.

Це завдання можна спростити за допомогою інженерних методів визначення зміщення в тріщині. Один з таких способів запропонований в [1]. Згідно цього методу з серії розрахунків з використанням об'ємних скінчених елементів, в стандартних програмних комплексах, для балок з різним співвідношенням висоти стиснутої (від вигину) зони, довжини блоку між тріщинами, висоти перерізу блоку отримують залежності переміщень (поворотів) в розглянутих блоках. Потім, використовуючи схему стержня зі змінною висотою перерізу (рис. 3), слід підібрати функцію зміни його висоти по довжині блоку уздовж поздовжньої осі стрижня $\boldsymbol{y}$: $\boldsymbol{h_y=f(y)}$ від початкової висоти, що дорівнює висоті стислій (від згину) зони X, до повної висоти h в кінці блоку довжиною l_0.

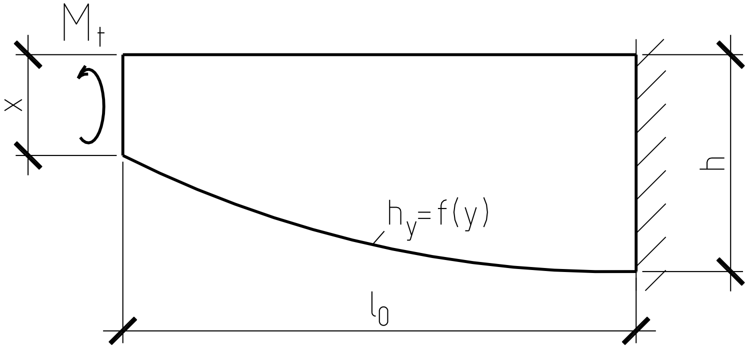

Рис. 3. Схема стрижня зі змінною висотою поперечного перерізу

До лівого кінця такого еквівалентного стрижня прикладається крутний момент $\boldsymbol{M_t}$, правий кінець вважається жорстко затисненим. Задача вирішується елементарними методами опору матеріалів для закрученого стрижня зі змінною висотою перерізу. Функцію зміни висоти $h_y=f(y)$ (вірніше, функцію зміни жорсткості при крученні), слід підбирати таким чином, щоб поворот лівого кінця еквівалентного стрижня (рис. 3) дорівнював повороту верхньої частини об'ємного блоку, до частини поперечного перерізу, якого прикладений крутний момент. Задача має бути розрахована з використанням об'ємних скінчених елементів в стандартному програмному комплексі, в якому реалізований МСЕ.

Згідно цього ж методу слід побудувати (на грунті чисельного експерименту) криву, виду:

$$\varphi_{crc}/\varphi_{tot} = f(J_{crc}/J_{tot}) \qquad (2)$$

У виразі (2) прийняті наступні позначення: φ_{crc}, φ_{tot} - відповідно кути повороту стержня висотою перерізу $\boldsymbol{x}$ (тобто висота перерізу дорівнює висоті стиснутої від вигину зони $\boldsymbol{x}$) і стрижня с повною висотою перерізу $\boldsymbol{h}$ (див. рис. 3); J_{crc}, J_{tot}- відповідно моменти інерції на кручення цих же стрижнів. Вгляд цієї кривої показаний на рис. 4.

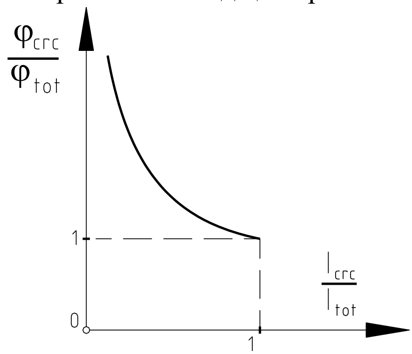

Рис. 4. Залежність відношення кутів закручування і відношення моментів інерції при крученні

Крива має в якості асимптоти вертикальну вісь координат, а праворуч обмежена координатами 1: 1, що цілком очевидно. Після побудови залежності (2) для даної довжини (вірніше, для даного відношення висоти перерізу до відстані між тріщинами) слід підібрати також емпіричну залежність зміни такої кривої зі зміною відстані між тріщинами.

Розглянемо тепер спосіб, що вимагає меншої кількості попередніх обчислень з об'ємними скінченими елементами в порівнянні зі способами, описаними вище. Цей спосіб ґрунтується на методі усереднення жорсткостей в перерізі, подібно до того, як це зроблено в європейських нормах при визначенні переміщень від згину залізобетонних елементів з тріщинами [12].

Розглянемо подібно [9] елемент з нормальними тріщинами, жорстко закріплений одним торцем, до іншого торця якого прикладений крутний момент M_t (рис. 5).

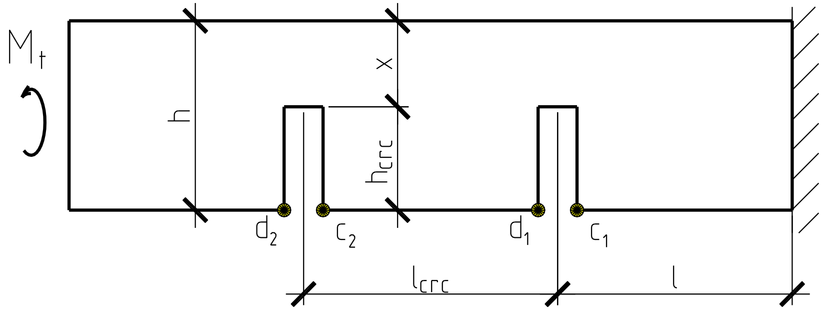

Рис. 5. Схема до визначення середньої жорсткості

Дотримуючись подібністю методиці [9, 12] для згину, в зв'язку з малою довжиною ділянки з різко зменшеною жорсткістю (ділянки в межах нормальної тріщини), розглянемо ділянку, що включає одну тріщину і не тріснуту зону, і визначимо переміщення точки C_2, виходячи з середньої жорсткості. Тоді кут повороту в точці C_2 відносно точки C_1 визначиться з формули опору матеріалів:

$$\varphi_{c2} = \frac{M_t l_{crc}}{G \cdot J_m} \qquad (3)$$

де $\boldsymbol{G}$ – модуль зсуву матеріалу балки; $\boldsymbol{J_m}$– середнє значення жорсткості на ділянці з нормальною тріщиною, яке також по аналогії з [12] визначиться з виразу:

$$J_m = J_{tot}k + J_{crc}(1-k) \qquad (4)$$

де $\boldsymbol{J_{crc}}$, $\boldsymbol{J_{tot}}$ – відповідно момент інерції при крученні перетину з висотою, що дорівнює висоті $\boldsymbol{x}$ зони без тріщин (див. рис. 5) над нормальною тріщиною, і перетину з повною висотою $\boldsymbol{h}$ елемента; $\boldsymbol{k}$ – емпіричний коефіцієнт ($\boldsymbol{k}$ <1). Значення величини $\boldsymbol{J_m}$ лежить між

J_{crc} і J_{tot}. В випадку двотаврового перерізу J_{crc} - це момент інерції таврового перерізу висотою $x=x_{crc}=h-h_{crc}$; J_{tot} – момент інерції двотаврового перерізу.

Зупинимося окремо на коефіцієнті k. Подібно [12], де сказано, що будь-який дійсний результат можна змоделювати, підібравши коефіцієнт розподілу, виходячи з експериментальних досліджень, ми можемо стверджувати, що в нашому випадку цей коефіцієнт можна підібрати з чисельних експериментів. Суть його визначення полягає в тому, що, маючи чисельні значення кутів закручування, слід за допомогою апроксимації підібрати вираз для k, при якому кут φ_{c2}, який визначається за виразом (3) з урахуванням (4), буде дорівнювати куту повороту, визначеному з розрахунків з використанням об'ємних скінчених елементів. Емпіричний коефіцієнт k змінюється в межах від 0 до 1. При k=0 згідно з формулою (4) середня жорсткість матиме жорсткість, рівну жорсткості в тріщині. При k=1 середнє значення буде мати жорсткість повного перетину (без тріщин).

Для визначення нагельної сили в поздовжній арматурі нам необхідно знати переміщення точки d_1 відносно точки C_1 (див. рис. 5). Для цього від кута повороту φ_{c2} слід відняти кут повороту суцільного блоку між точками d_1 і C_2 (див. рис. 5). Іншими словами різниця кутів повороту Δφ між точками C_1 і d_1 визначиться за виразом:

$$\Delta\varphi = \varphi_{d1} - \varphi_{c1} = \varphi_{c2} - \varphi_{cd} = \frac{M_t l_{crc}}{G J_m} - \frac{M_t l_{crc}}{G J_{tot}} \qquad (5)$$

де φ_{d1}, φ_{c1}, φ_{c2} – кути повороту відповідно в перетинах d_1, c_1, c_2; φ_{cd} – кут повороту між перетинами c_2 і d_1.

Правомірність застосування методики усередненого перерізу показана в [9] на прикладі балок прямокутного перерізу з різною шириною, висотою перерізу і висотою нормальної тріщини. При цьому коефіцієнт k в [9] отримано апроксимацією з варіюванням ширини і висоти перерізу b і h, висоти тріщини h_{crc}. Отримана в [9] апроксимаційна формула має вигляд:

$$k = 0.062 + 0.047\frac{b}{h} + 0.776\frac{h-h_{crc}}{h} - 0.238 \cdot \ln\left(\frac{h}{l_{crc}}\right) - 0.056\frac{h_{crc}}{b} \qquad (6)$$

У цій же роботі [9] показано гарний збіг даних за розрахунком за допомогою об’ємних скінчених елементів.

За аналогією можна бачити, що величина $\boldsymbol{k}$ буде залежати від декількох відносних параметрів. Тобто можна запропонувати величину $\boldsymbol{k}$ визначати за допомогою апроксимації як функцію двох, трьох або чотирьох змінних. Нижче представлені варіанти апроксимації $\boldsymbol{k}$:

$$k = f\left(\frac{J_{crc}}{J_{tot}}; \frac{J_{crc}}{l_{crc}^4}\right) \tag{7}$$

$$k = f\left(\frac{x_{crc}}{h}; \frac{J_{crc}}{J_{tot}}; \frac{h}{l_{crc}}\right) \tag{8}$$

$$k = f\left(\frac{J_{crc}}{J_{tot}}; \frac{J_{crc}}{l_{crc}^4}; \frac{h}{l_{crc}}\right) \tag{9}$$

$$k = f\left(\frac{J_{crc}}{J_{tot}}; \frac{J_{crc}}{l_{crc}^4}; \frac{h}{l_{crc}}; \frac{x_{crc}}{h}\right) \tag{10}$$

Функції (7-10) запропонована нами через те, що взаємне переміщення берегів тріщини залежить і від висоти тріщини $\boldsymbol{h_{crc}}$, і від повної висоти перерізу $\boldsymbol{h}$, і від відстані між тріщинами $\boldsymbol{l_{crc}}$. Але в двотаврових елементах при одному і тому ж значенні $\boldsymbol{h_{crc}}$ співвідношення моментів інерції $\boldsymbol{J_{crc}}$ та $\boldsymbol{J_{tot}}$ може бути різним. Це пов'язано з можливою різницею товщини верхньої та нижньої полок двотавра, а також різницею ширини цих полок. Тому в (7-10) пропонується окрім висоти тріщини $\boldsymbol{h_{crc}}$ врахувати ще й залежність $\boldsymbol{J_{crc}/J_{tot}}$, а також залежність $\boldsymbol{J_{crc}/l^4_{crc}}$ (при цьому четвертий ступінь прийнято для того, щоб всі величини були безрозмірними.

Запропоновані залежності (7-20) подібні з апроксимаційним підходом, запропонованим в [10], але має свої переваги. Переваги запропонованого у [10] методі визначення жорсткості при крученні за допомогою створення бази апроксимаційних даних полягають в тому, що створення бібліотеки апроксимаційних функцій дозволило б істотно спростити вирішення багатьох завдань визначення характеристик жорсткості параметрів залізобетонних елементів з тріщинами, які можуть увійти як окремий блок в існуючі програмні комплекси. Однак цей метод складно втілювати в практику, тому що для складних перетинів кількість варійованих параметрів буде великою. Так, наприклад, коли висота стиснутої зони знаходиться в межах ребра залізобетонного елемента двотаврового перерізу, переміщення берегів тріщини (кута взаємного повороту двох блоків, відокремлених нормальною тріщиною) буде функцією семи змінних: ширини верхньої полиці, її товщини, ширини нижньої полиці, її товщини, товщини ребра, повної висоти перетину і висоти нормальної тріщини. Цей метод, запропонований в роботах [2, 10] і який ґрунтується на створенні бази даних чисельного експерименту, є досить ефективним. Недоліком є факт дуже великої кількості розрахунків із застосуванням об'ємних скінчених елементів. Так, якщо для двотаврового елемента крім описаних вище варійованих факторів додати ще й відстань між тріщинами, то таких факторів буде вісім. Якщо взяти хоча б по п'ять варіантів розмірів кожного з варійованих параметрів, то вийде 32768 варіантів розрахунку.

А пропозиція апроксимації використання формули середнього перерізу з застосуванням апроксимації у вигляді (7-10) дозволяє суттєво скоротити потрібну кількість чисельних розрахунків. Так, для вищезгаданого двотаврового перерізу при варіюванні кожного з параметрів по п’ять разів, загальна кількість розрахунків складе: для функції двох змінних – 32; для функції трьох змінних – 243, для функції чотирьох змінних – 1024, що відповідно в 1024, 135 та 32 рази менше вищезгаданого підходу до апроксимації. Вибір найбільш прийнятного варіанту є предметом подальших досліджень.

Знаючи взаємне переміщення берегів нормальної тріщини (яке визначається з наведеним вище способом) неважко визначити взаємне переміщення точок в місцях розтину всіх поздовжніх стрижнів арматури з умови плоского повороту перетину. Далі складанням умови спільності деформацій в місцях розтину арматурних стержнів неважко отримати систему рівнянь для визначення нагельних сил у всіх стрижнях поздовжньої арматури. Так, якщо в перетині є два симетрично розташованих стержня поздовжньої арматури, то система рівнянь для визначення складових нагельної сили Q (***Q**$_x$* –в горизонтальному напрямку; ***Q**$_z$* – у вертикальному напрямку) в цих стрижнях матиме вигляд:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_x^{Mt} - Q_x\delta_{xx} - Q_z\delta_{xz} - 2\Delta_{loc}^{x} = 0 \\ \Delta_z^{Mt} - Q_x\delta_{zx} - Q_z\delta_{zz} - 2\Delta_{loc}^{z} = 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (11)$$

В системі (11) прийняті позначення: δ_{xx} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили ***Q**$_x$* від крутіння одиничними силами ***Q**$_x$*=1; δ_{xz} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили ***Q**$_x$* від крутіння одиничними силами ***Q**$_z$*=1; δ_{zz} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили $\boldsymbol{Q_z}$ від крутіння одиничними силами $\boldsymbol{Q_z}$=1; δ_{zx} – взаємне зміщення берегів тріщини в напрямку дії сили $\boldsymbol{Q_z}$ від крутіння одиничними силами $\boldsymbol{Q_x}$=1; Δ_x^{Mt}, Δ_z^{Mt}– взаємне зміщення берегів тріщини від крутіння зовнішнім моментом M_t в напрямку дії відповідно сили $\boldsymbol{Q_x}$ і $\boldsymbol{Q_z}$; Δ_{loc}^x, Δ_{loc}^z – переміщення від місцевої деформації в місці розташування арматури відповідно від сил $\boldsymbol{Q_x}$ і $\boldsymbol{Q_z}$.

Величину Δ_{loc} краще визначати за емпіричними даними, наведеними в нормативних документах, наприклад за [6].

Величини δ_{xx}, δ_{zz}, δ_{zx}, δ_{xz}, Δ_x^{Mt}, Δ_z^{Mt} визначаються з задачі взаємного зміщення берегів тріщини з розсіченою арматурою, яка вирішується способом, описаним вище.

Після визначення нагельних сил жорсткість залізобетонного елемента з нормальною тріщиною визначиться з виразу:

$$B_{crc} = \frac{\Delta_{bl}}{\Delta_{bl}+\Delta} B_t \;, \tag{12}$$

де Δ_{bl} – переміщення грані цілого (без тріщин) блоку стрижня, відокремленого нормальної тріщиною від крутіння. Воно визначається за відомими формулами опору матеріалів; $\boldsymbol{B_t}$ - крутильна жорсткість суцільного стержня без тріщин; Δ - повне переміщення в тріщині, яке дорівнює:

$$\Delta = 2 \cdot \Delta_{loc} \tag{13}$$

У формулі (13) величина Δ_{loc} помножена на 2, тому що переміщення в тріщині складаються з двох сторін нормальної тріщини.

Висновки і перспективи досліджень. Запропонована інженерна методика визначення крутильних жорсткостей залізобетонних елементів двотаврового перерізу з нормальними тріщинами. Пропонований інженерний спосіб дозволяє вирішувати задачі крученні залізобетонних елементів шляхом введення середньої жорсткості і її апроксимації за допомогою коефіцієнта, отриманого з моделювання деякої кількості задач із застосуванням апробованих програмних комплексів з використанням об’ємних скінчених елементів. Запропонована методика дозволяє суттєво скоротити кількість задач чисельного експерименту з використанням об’ємних скінчених елементів.

У перспективі передбачається поширення створення бази даних чисельного експерименту для отримання апроксимаційних залежностей коефіцієнта ***k***, а також поширення запропонованого підходу на розрахунок з урахуванням нелінійних властивостей залізобетону**.**

Список використаних джерел

1. Azizov T.N. Zhestkost zhelezobetonnykh elementov pri kruchenii i ee vliianie na prostranstvennuiu rabotu mostov // Mekhanika i fizika ruinuvannia budivelnikh materialiv ta konstruktsii. Zbirnik naukovikh prats. NAN Ukraïni. Fiziko-mekh.institut im.. V.G. Karpenka. – Lviv, 2009. – S. 576-590. **2**. Azizov, T.N. Ispolzovanie approksimatsionnykh konechnykh elementov v raschetakh konstruktsii // Visnik Odeskoï derzhavnoï akademiï budivnitstva ta arkhitekturi. – 2010. – № 39, chastina 1. – S. 4-9. **3.** Drozdov P.F. Konstruirovanie i raschet nesushchikh sistem mnogoetazhnykh zdanii i ikh elementov. – M.: Stroiizdat, 1977. –223s. **4.** Karpenko, N.I. Teoriia deformirovaniia zhelezobetona s treshchinami. / N.I. Karpenko; – M.: Stroiizdat, 1976. – 208 s. **5.** Kouen, G.Dzh. Kruchenie v obychnom i predvaritelno napriazhennom zhelezobetone: Per. s angl. – M.: Izd-vo literatury po stroitelstvu, 1972. – 104 s. **6**. Rekomendatsii po proektirovaniiu stalnykh zakladnykh detalei dlia zhelezobetonnykh konstruktsii/ [razrabot. NIIZhB Gosstroia SSSR].– M.: Stroiizdat, 1984. – 73 s. **7**. Sribniak, N.M. Krutilna zhorstkist zalizobetonnikh elementiv perekrittiv z normalnimi trishchinami: avtoref. dis. …. kand. tekhn. nauk 05.23.01. Odeska derzhavna akademiia budivnitstva ta arkhitekturi. – O., 2009. – 23 s. **8.** Ulitskii B.E., Potapkin A.A, Rudenko V.I., Sakharova I.D., Egorushkin Iu.M. Prostranstvennye raschety mostov. – M.: Transport, 1967. – 404 s. **9**. Azizov T., Kochkarev D. Rigidity and Torsional Strength of Reinforced Concrete Bars wis Normal Cracks // Sciences of Europe. – 2020. – Vol 1, № 47. – S. 27-36. **10**. Azizov T., Melnik O. and others Calculation of reinforced concrete ceilings with normal cracks accounting the Chebyshev approximation / 6 th International Scientific Conference "Reliability and Durability of Railway Transport Engineering Structures and Buildings" Transbud-2017. – Kharkiv, April 19-21, 2017/ - S. 1-7. **11**. Azizov T., Jurkowska N., Kochkarev D. Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks // Concrete Innovations In Materials, Design And Structures. Fib Symposium 2019. Cracow 27-29 May 2019. Book of Abstracts. S. 489-490. **12**. Narayanan R.S. (2009) Designers Guide to Eurocode 2: Design of Concrete Structures, London, Thomas Telford