# DETERMINATION OF THE SHIFTING FORCE IN THE REINFORCEMENT AGAINST TORSION OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH NORMAL CRACKS

**Taliat Azizov,** Professor, DSc (eng.)[1], **Dmytro Kochkarev**,DS(eng)[2]
[1]PavloTychynaUman State Pedagogical University, Uman, Ukraine
[2] National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГЕЛЬНОЙ СИЛЫ В ПРОДОЛЬНОЙ АРМАТУРЕ ПРИ КРУЧЕНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ

**Азизов Т.Н., докт. техн. наук, проф.[1], Кочкарев Д.В., докт. техн. наук, доц.[2]**
**[1]**Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины, г. Умань, Украина;
[2] Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно, Украина

**Abstract**. The article presents a method for determining the shear forces in longitudinal reinforcement and the torsional stiffness of a reinforced concrete element with a normal crack. To determine the mutual displacement of the faces of a normal crack, a plane rotation of the section relative to the torsion center is considered. It is shown that the external torque is perceived due to pure torsion and shear in longitudinal reinforcement and concrete.

**Аннотация**. В статье приведена методика определения нагельных сил в продольной арматуре и крутильной жесткости железобетонного элемента с нормальной трещиной. Для определения взаимного смещения берегов нормальной трещины рассмотрен плоский поворот сечения относительно центра кручения. Показано, что внешний крутящий момент воспринимается за счет чистого кручения и сдвига в продольной арматуре и бетоне.

**Keywords:** reinforced concrete element, torsional stiffness, normal crack, shear force, torsion

**Ключевые слова:** железобетонный элемент**,** крутильная жесткость,

нормальная трещина, нагельная сила, кручение

**Анализ исследований и постановка задачи.**

При пространственной работе перекрытий, мостов и других сложных статически неопределимых систем перераспределение усилий между их отдельными элементами зависит от соотношения крутильных и изгибных жесткостей этих элементов [3, 8]. В железобетонных конструкциях на эти жесткости оказывают существенное влияние пространственные, нормальные и наклонные трещины.

Изгибные жесткости железобетонных элементов с трещинами исследованы достаточно широко. Большинство работ, связанных с деформациями при кручении предполагают наличие пространственной трещины [4-6]. Однако такие методики не приемлемы для расчета перемещений при кручении элементов с нормальными трещинами, которые образуются от изгибных напряжений.

Крутильная жесткость железобетонных элементов с нормальными трещинами исследована в работах авторов настоящей статьи [1, 2, 9, 10]. Согласно этих исследований при определении крутильной жесткости следует сначала рассечь продольную арматуру, затем определить взаимное смещение берегов трещины. После этого определяется нагельная сила и жесткость элемента с нормальными трещинами. Первая часть задачи является приближенной при решении аналитическими методами и очень трудоемкой при решении с помощью моделирования объёмными конечными элементами. В свете этих проблем актуальной становится разработка методики определения крутильной жесткости элементов с нормальными трещинами без промежуточных трудоемких этапов.

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является разработка методики определения нагельной силы в продольной арматуре из рассмотрения деформаций непосредственно в нормальной трещине.

**Изложение основного материала**.

Рассмотрим железобетонный элемент с нормальными трещинами (рис.

1).

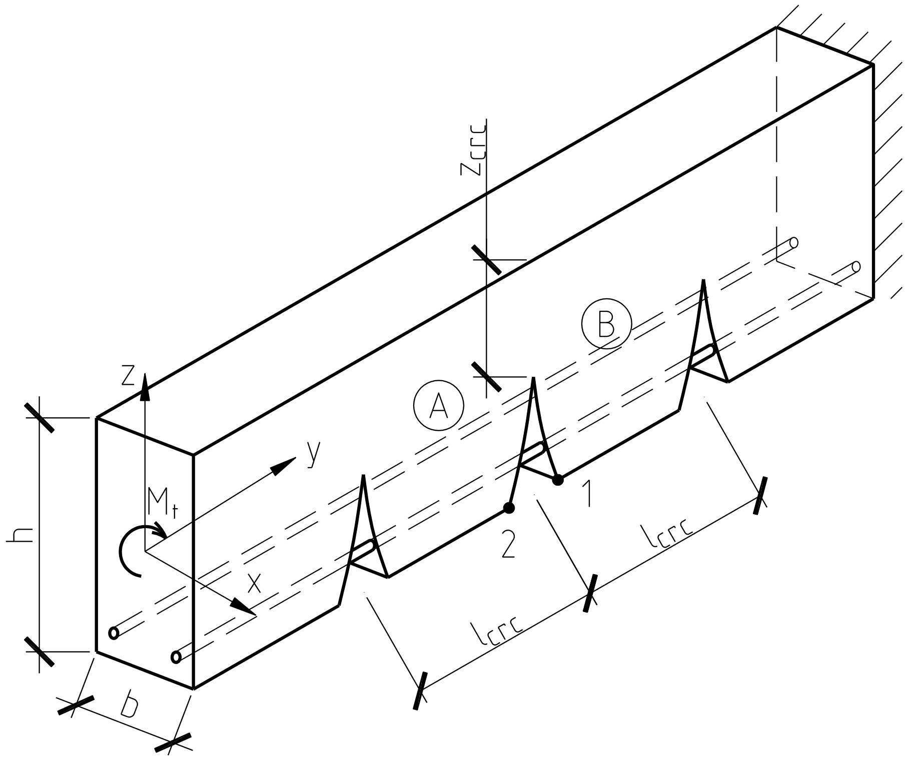


Рис. 1. Схема железобетонного элемента с нормальными трещинами, подверженного кручению

На рисунке 1 через $l_{crc}$ обозначено расстояние между нормальными трещинами (которое может быть определено любым известным методом, в том числе методом, рассмотренным в нормативных документах). От блока А к блоку В крутящий момент передается через не треснувшую часть бетона высотой $\boldsymbol{z_{crc}}$ и продольную арматуру за счет нагельной силы, возникающей в этой арматуре. После определения нагельной силы в продольной арматуре крутильная жесткость элемента с нормальной трещиной вычисляется без труда. Для определения нагельных сил в продольной арматуре рассмотрим деформированное состояние непосредственно в нормальной трещине (рис. 2).

Рассматривается элемент с единичной толщиной (размер в направлении оси Y на рис. 2 равен единице). Тогда угол поворота θ будет относительным углом. Сечение поворачивается относительно центра жесткостей (на рис. 2 обозначен через О.).

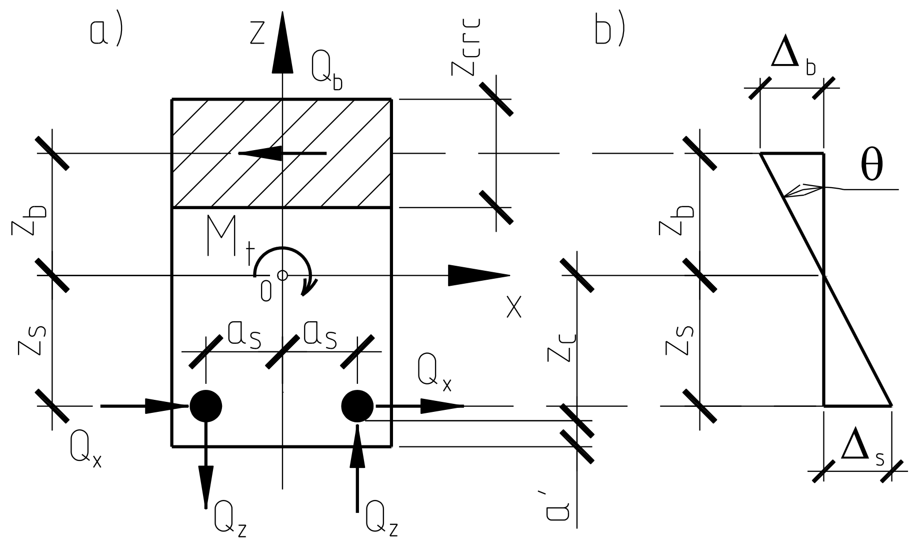


Рис. 2. Схема усилий (а) и поворота (б) в сечении с трещиной

В виду симметрии сечения и армирования в направлении оси X центр жесткостей находится в середине ширины сечения. В направлении оси Z положение центра жесткостей (центра кручения) определится по формуле:

$$Z_c = \frac{Z_{crc} b(h - a^I - Z_{crc}/2) + 2A_s d_s / 2 \cdot \alpha}{Z_{crc} b + 2A_s \alpha} \tag{1}$$

где $a^I$ – защитный слой арматуры (см. рис. 2,а); $\alpha=(G_s/G_b)K_{nag}$ – отношение модуля сдвига арматуры $G_s$ и бетона $G_b$ с учетом податливости арматуры в направлении действия нагельной силы.

Отличие выражения (1) отличается от общепринятого определения положения центра жесткостей только тем, что отношение модулей сдвига α умножается на коэффициент *Knag*<1, учитывающий смятие бетона под арматурой при приложении к ней усилия, перпендикулярного ее оси. Определение этого коэффициента приведено ниже.

При повороте сечения относительно центра жесткостей внешний крутящий момент $M_t$ воспринимается за счет сопротивления чистому кручению $M_{s,b}$ и сопротивления сдвигу при повороте всего сечения $M_{\omega}$. Момент, воспринимаемый за счет чистого кручения определяется по формуле:

$$M_{s,b} = \theta(GJ_b + 2 \cdot GJ_s) \tag{2}$$

где $GJ_b$ – крутильная жесткость бетонного прямоугольника со сторонами $Z_{crc}$ и $b$ относительно его центра тяжести; $GJ_s$ – крутильная жесткость одного арматурного стержня.

Момент от сдвига в результате поворота определится по формуле (см. рис. 2):

$$M_{\omega} = Q_b Z_b + 2 \cdot Q_x Z_s + 2 \cdot Q_z a_s \tag{3}$$

В то же время величина сдвигающей силы $Q_b$, определяется по известной формуле сдвига:

$$Q_b = \Delta_b G_b A_b \tag{4}$$

где $\Delta_b$ – сдвиг прямоугольника площадью $A_b = Z_{crc} \cdot b$ от силы $Q_b$ (рис. 3).

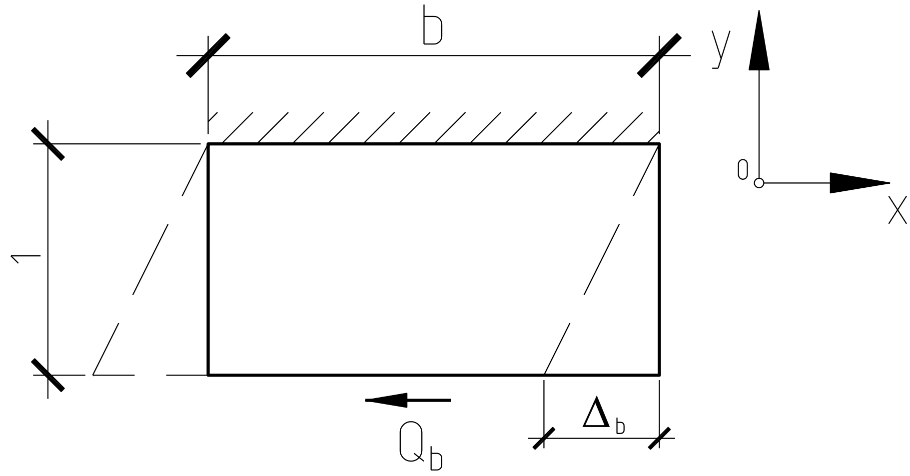


Рис. 3. Схема для определения перемещения $\Delta_b$ при сдвиге

Величина $\Delta_b$ определяется из схемы по рис. 2,б от поворота на угол $\theta$:

$$\Delta_b = \theta \cdot Z_b \tag{5}$$

Тогда величина $Q_b$ определится по формуле:

$$Q_b = \theta \cdot Z_b G_b A_b \tag{7}$$

Аналогично определятся силы $Q_x$ и $Q_z$:

$$Q_x = \theta \cdot Z_s G_s A_s ; \qquad Q_z = \theta \cdot a_s G_s A_s \tag{8}$$

Следует отметить, что в формулах (8) модуль сдвига арматуры $G_s$ должен быть умножен на коэффициент $K_{nag}$, описанный выше, определение которого приведено ниже.

Подставляя в (3) выражения для $Q_b$, $Q_x$, $Q_z$ по (7) и (8) и учитывая, что внешний момент $M_t$ равен сумме моментов по (2) и (3), окончательно получим выражение для внешнего крутящего момента:

$$M_t = \theta\left[GJ_b + 2\cdot GJ_s + Z_b^2 G_b A_b + 2\cdot G_s A_s\left(Z_s^2 + a_s^2\right)\right] \tag{9}$$

Все величины в квадратных скобках выражения (9) известны. Следовательно, зная угол поворота $\theta$, легко определить долю крутящего момента $M_t$, приходящегося на бетонную часть или арматурный стержень. При известной доле крутящего момента, приходящегося на арматурный стержень не трудно определить значение нагельной силы $Q_x$ и $Q_z$.

Аналогично решается задаче с другим числом стержней продольной арматуры.

После определения нагельных сил величина взаимного смещения берегов нормальной трещины будет определена по эмпирической формуле [7]:

$$\Delta_{loc,x,z} = 1000\frac{Q^2}{d_s^3 E_b^2} + \frac{Q}{d_s E_b} \tag{10}$$

При этом для определения горизонтальной составляющей $\Delta_{loc,x}$ в формулу (10) вместо $Q$ следует подставить величину $Q_x$, при определении $\Delta_{loc,z}$ – величину $Q_z$.

Далее определяется полное перемещение в трещине:

$$\Delta_{loc} = 2\sqrt{\Delta_{loc,x}^2 + \Delta_{loc,z}^2} \tag{11}$$

В выражении (11) правая часть умножена на 2, т.к. нагельные силы сминают бетон с двух сторон от нормальной трещины.

После определения полного перемещения по (11) нетрудно определить крутильную жесткость $B_{crc}$ элемента с нормальными трещинами, расположенными на расстоянии $l_{crc}$ друг от друга:

$$B_{crc} = \frac{\Delta_{bl}}{\Delta_{bl} + \Delta_{loc}} B_{t,0} \tag{12}$$

где $\Delta_{bl}$ – перемещение от кручения целого блока длиной $l_{crc}$ с полной высотой сечения; $B_{t,0}$ – крутильная жесткость элемента без трещины (начальная крутильная жесткость).

Рассмотрим теперь методику определения коэффициента $K_{nag}$, входящего в формулу (1). Для этого рассмотрим деформацию консольного нагеля (арматуры, подверженной сдвигу поперечной силой $Q$, приложенной перпендикулярно ее оси (рис. 4).

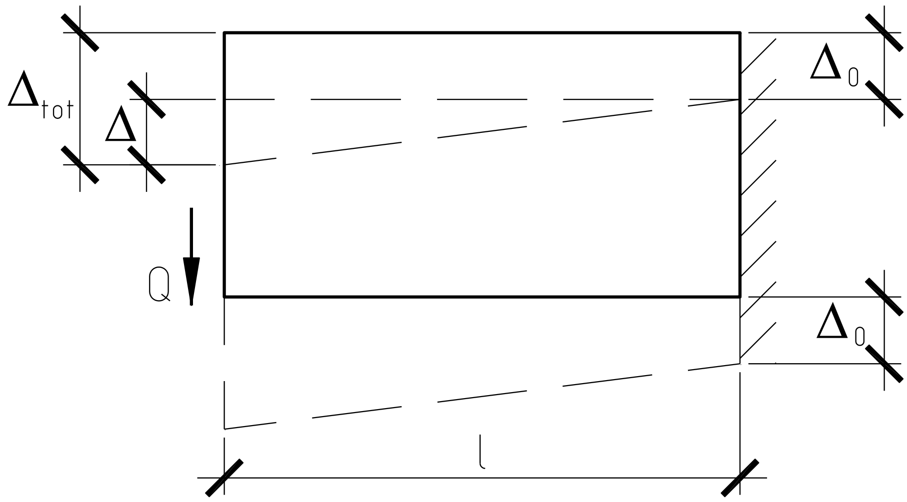


Рис. 4. Схема к определению коэффициента $K_{nag}$

Перемещение Δ от сдвига элемента длиной $l$ (см. рис. 4) определяется по известной формуле сдвига:

$$\Delta = \frac{Q \cdot l}{G \cdot A} \tag{13}$$

где А –площадь сечения консольного стержня.

Однако, арматурный стержень перемещается не только от сдвига, но и от смятия бетона под его поверхностью в месте заделки. Это перемещение от смятия бетона обозначено на рис. 4 через $\Delta_0$. Это перемещение правильнее всего определять по эмпирической формуле [7] для анкера, нагруженного поперечной силой:

$$\Delta_0 = 1000 \frac{Q^2}{d_s^3 E_b^2} + \frac{Q}{d_s E_b} \tag{14}$$

где $d_s$, $E_b$ – соответственно диаметр арматуры и модуль деформаций бетона.

Суммарное перемещение конца стержня будет равно (см. рис. 4):

$$\Delta_{tot} = \Delta + \Delta_0 \tag{15}$$

Учитывая факт, что мы рассматриваем сечение единичной ширины (см. выше), то длину консоли *l* на рис. 1 следует принять равным единице.

Обозначим модуль сдвига условного эквивалентного стержня длиной $l$=1 через $G_{ekv}$. Перемещение этого стержня равно $\Delta_{tot}$ (т.е. с учетом не только сдвига Δ, но и перемещения опоры $\Delta_0$). Тогда перемещение этого эквивалентного стержня будет равно:

$$\Delta_{tot} = \frac{Q \cdot (l = 1)}{G_{ekv} A_s}, \tag{16}$$

откуда легко найти $G_{ekv}$.

Зная модуль сдвига эквивалентного стержня, определим коэффициент $K_{nag}$<1:

$$K_{nag} = G_{ekv} / G_s \tag{17}$$

Этот коэффициент учитывает смещение арматуры за счет смятия бетона под ее поверхностью.

Для определения крутильной жесткости по приведенной выше методике следует задать несколько значений угла поворота θ и по формуле (9) построить диаграмму «$M_t$-$\theta$», из которой легко определить, какая величина внешнего момента $M_t$ соответствует данному углу поворота сечения θ. Зная значение $M_t$, соответствующее данному углу θ, из формулы (9) определяется доля крутящего момента, воспринимаемая нагельной силой $Q_x$ или $Q_z$, зная который в свою очередь определяется крутильная жесткость элемента с трещиной по вышеприведенной методике.

**Выводы и перспективы исследований**.

В статье приведена методика определения нагельных сил в продольной арматуре и крутильной жесткости железобетонного элемента с нормальной трещиной. Для определения взаимного смещения берегов нормальной трещины рассмотрен плоский поворот сечения относительно центра кручения. Внешний крутящий момент воспринимается за счет чистого кручения, а также от сдвига в продольной арматуре и бетоне. Части внешнего крутящего момента, приходящиеся на не треснувший бетон, горизонтальную и вертикальную составляющие нагельных сил в продольной арматуре пропорциональны их сдвиговым и крутильным жесткостям. После определения нагельных сил в продольной арматуре определяется полное перемещение в трещине, а затем и крутильная жесткость элемента.

Предложенный подход нетрудно распространить и на элементы не прямоугольного сечения. При этом следует также рассмотреть плоский поворот относительно центра кручения с полной аналогий всех рассуждений, приведенных в данной статье.

В перспективе предполагается экспериментальная проверка предложенного метода.

**Список использованной литературы**

1. Азизов Т.Н., Мельник А.В, Парамонов Д.Ю. НДС и прочность железобетонных балок с нормальными трещинами при кручении// Зб. наук. праць. Серія «Галузеве машинобудування, будівництво», вип. 3 (25) – Том 3. Полтава: ПолтНТУ, 2009. – С. 9-13

2. Азізов Т.Н., Орлова О.М. Жорсткість і міцність при крученні залізобетонних двотаврових елементів з нормальними тріщинами // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського Серія: Технічні науки Том 31 (70) № 3 2020. Частина 2. – С. 124-129.

3. Горнов В.Н. Исследование прочности и жёсткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов // Материалы и конструкции в современной архитектуре. – М.: Стройиздат, 1950.

4. Елагин Э.Г. Расчет перемещений железобетонных стержней прямоугольного сечения на стадиях работы с трещинами при совместном кратковременном действии моментов и продольной силы/ Э.Г. Елагин //Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. - № 4. – С. 26-31.

5. Карпенко Н.И. общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.

6. Коуэн, Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. / Г.Дж. Коуэн; – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.

7. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций/ [разраб. НИИЖБ Госстроя СССР]. – М.: Стройиздат, 1984. – 87 с.

8. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А, Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. – М.: Транспорт, 1967. – 404 с.

9. Azizov T., Kochkarev D. Calculation Model of Equivalent Cross-Section for Determining Displacement During Totsion of a Reinforced Concrete Element With Normal Cracks // Sciences of Europe. – 2020. – Vol 1, № 54(2020). – P. 15-18.

10. Azizov, T., Jurkowska, N., Kochkarev, D. Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks (2019) Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures, pp. 1718-1725.

12.