CALCULATION MODEL OF EQUIVALENT CROSS-SECTION FOR DETERMINING DISPLACEMENT DURING TORSION OF A REINFORCED CONCRETE ELEMENT WITH NORMAL CRACKS

Taliat Azizov, Professor, DSc (eng.)[1], **Dmytro Kochkarev**,DS(eng)[2]
[1]PavloTychynaUman State Pedagogical University, Uman, Ukraine
[2] National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ЭКВИВАЛЕНТНОГО СЕЧЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛМЕНТА С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ

Азизов Т.Н., докт. техн. наук, проф.[1], Кочкарев Д.В., докт. техн. наук, доц.[2]
[1]Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины, г. Умань, Украина;
[2] Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно, Украина

Abstract. The article presents a technique for determining the mutual displacement of the edges of a normal crack. The hypothesis of linear change in the nominal section height is accepted. This height varies from the minimum at the location of the normal crack to the full height. The line for changing the section height is inclined at an angle to the horizontal. Thus, a member with two normal cracks is replaced by a member with a stepwise change in stiffness. The calculation method allows determining the displacements in the crack without using cumbersome calculations. The method has sufficient accuracy for engineering calculations.

Аннотация. В статье приведена методика определения взаимного смещения берегов нормальной трещины с помощью гипотезы линейного изменения условной высоты сечения от минимальной в месте наличия нормальной трещины до полной. Линия изменения высоты сечения

наклонена под некоторым углом к горизонтали. Таким образом, элемент с двумя нормальными трещинами заменяется элементом со ступенчатым изменением жесткости. Методика расчета позволяет определить перемещения в трещине без использования громоздких вычислений. В тоже время она имеет достаточную для инженерных расчетов точность.

Keywords: torsion, normal crack, torsional moment of inertia, equivalent stiffness, torsional stiffness.

Ключевые слова: кручение, нормальная трещина, момент инерции при кручении, эквивалентная жесткость, крутильная жесткость

Анализ исследований и постановка задачи.

Известно, что для определения крутильной жесткости железобетонных элементов с нормальными трещинами следует рассечь продольную арматуру и определить нагельную силу в этой арматуре из условия совместности деформаций [1]. В этой задаче основной сложностью является определение взаимного смещения берегов нормальной трещины с рассеченной арматурой [1, 2]. Это связано с фактом, что крутящий момент с одного блока, отделенного нормальной трещиной, на другой передается через часть сечения. Это обстоятельство не позволяет использовать формулы теории упругости [4, 8]для определения перемещений, так как формулы теории упругости предполагают распределение касательных напряжений по всему торцевому сечению. В связи с этим такую задачу предлагается обычно решить или приближенными способами, или с использованием объемных конечных элементов[2]. Большинство работ, связанных с деформациями при кручении предполагают наличие пространственной трещины [5, 6]. Однако такие методики не приемлемы для расчета перемещений при кручении элементов с нормальными трещинами, которые образуются от изгибных напряжений. В работах [1, 2] предложены различные способы определения взаимного смещения берегов нормальной трещины. Однако эти методики достаточно громоздкие и для инженерных расчетов мало пригодны.

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является разработка инженерного метода расчета перемещений при кручение элемента с нормальной трещиной.

Изложение основного материала.

Рассмотрим элемент фрагмент элемента с двумя нормальными трещинами. На рис. 1 показан профиль такого элемента. Правая часть элемента защемлена, а к левому торцу приложен крутящий момент M_t.

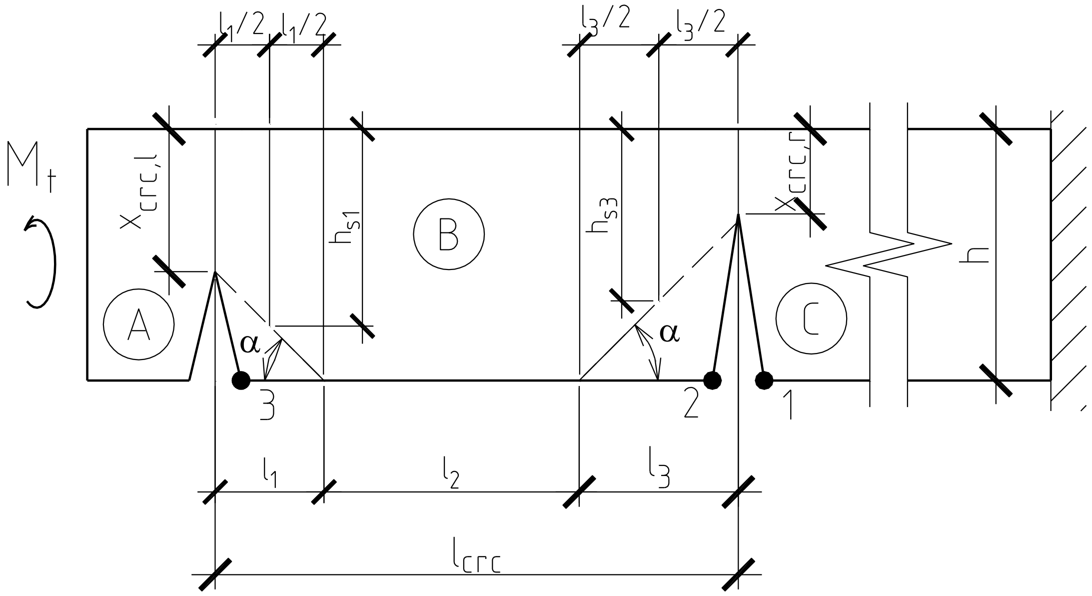

Рис. 1. Схема элемента с двумя нормальными трещинами, подверженного кручению

Крутящий момент от блока A к блоку B передается через часть сечения высотой $x_{crc,l}$; от блока B к блоку C крутящий момент передается через часть сечения высотой $x_{crc,r}$. В месте наличия трещины жесткость сечения (как изгибная, так и крутильная) резко изменяется. В работах [3, 9] показано, что жесткость изменяется от малой жесткости в трещине до полной жесткости на некотором расстоянии l_1 слева и на расстоянии l_2 справа от соответствующей трещины. Это изменение может быть аппроксимировано некоторой кривой линией, как это сделано в [3]. Следуя тому, как это сделано при расчете на изгиб [7] примем гипотезу, что крутильная жесткость изменяется таким образом, что высота сечения элемента изменяется по линейному закону от x_{crc} до h (см. рис. 1). Будем считать, что линия изменения высоты сечения от неполной в трещине x_{crc} до полной на не треснувшем участке h – это прямая, наклоненная под некоторым углом $\boldsymbol{\alpha}$ к горизонтали (на рис. 1 эти прямые с двух сторон показаны штриховыми линиями).

В виду того, что в общем случае высота трещины с левой и правой стороны блока В может быть разной, пересечение штриховых линий с нижней гранью сечения (в месте полного сечения) будет находиться на разных расстояниях от нормальных трещин. Эти расстояния на рис. 1 обозначены через $\boldsymbol{l_1}$ и $\boldsymbol{l_3}$. На длине $\boldsymbol{l_2=l_{crc}-l_1-l_2}$ элемент имеет полную высоту сечения, а, следовательно, и полную жесткость. Через $\boldsymbol{l_{crc}}$ обозначено расстояние между нормальными трещинами, которое может быть определено любым из известных методов, например, по[7], в том числе по нормативным методикам. В нашем случае $\boldsymbol{l_{crc}}$ – это длина блока В.

Обозначим момент инерции при кручении в сечении в трещине между блоками А и В через $\boldsymbol{J_{crc,l}}$, а в сечении в трещине между блоками В и С через $\boldsymbol{J_{crc,r}}$. Момент инерции при кручении целого сечения (без трещин) $\boldsymbol{J_{tot}}$.

Следуя принятой выше гипотезе линейного изменения высоты сечения, на котором передается крутящий момент, будем иметь усредненные моменты инерции при кручении $\boldsymbol{J_1}$ и $\boldsymbol{J_3}$ на участках соответственно длиной $\boldsymbol{l_1}$ и $\boldsymbol{l_3}$. Эти моменты инерции равны моментам инерции сечения с условно постоянной высотой, равной усредненной высоте между $\boldsymbol{x_{crc}}$ и $\boldsymbol{h}$. Другими словами момент инерции $\boldsymbol{J_1}$ равен моменту инерции балки с условно постоянной высотой $\boldsymbol{h_{s1}=(x_{crc,l}+h)/2}$, а момент инерции $\boldsymbol{J_3}$ равен моменту инерции балки с высотой $\boldsymbol{h_{s3}=(x_{crc,r}+h)/2}$. Так, для элемента прямоугольного сечения с шириной сечения $\boldsymbol{b}$ будем иметь выражения для этих моментов инерции:

$$J_1 = \alpha_1 b^3 \cdot h_1; J_3 = \alpha_3 b^3 \cdot h_3, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{h_1}$, $\boldsymbol{h_3}$ большая сторона прямоугольного сечения с размерами соответственно $\boldsymbol{b{\times}h_{s1}}$ и $\boldsymbol{b{\times}h_{s3}}$; $\boldsymbol{\alpha_1}$, $\boldsymbol{\alpha_3}$ – коэффициенты, зависящие от соотношения сторон соответственно $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{h_{s1}}$; $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{h_{s3}}$. Коэффициенты $\boldsymbol{\alpha_1}$, $\boldsymbol{\alpha_3}$ определяются по известным таблицам сопротивления материалов.

Таким образом, мы получим вместо схемы элемента с двумя трещинами по рис.1 схему элемента со ступенчатым изменением жесткости (рис. 2).

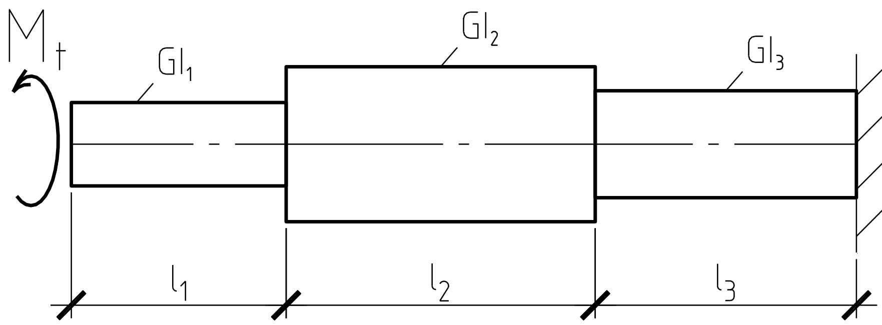

Рис. 2. Схема стержня со ступенчатым изменением жесткости

На рис. 2 заделка правого торца элемента показана в месте расположения второй трещины на рис. 1. На этом рисунке через GJ_1, GJ_2, GJ_3 – обозначены соответственно крутильные жесткости первого, второго и третьего участков стержня. При этом J_1 и J_3 определяются по (1), а J_2 – момент инерции при кручении элемента с полной высотой сечения.

Имея расстояния l_1, l_2и l_3, не трудно определить углы закручивания между точками элемента. Т.е. задача уже в таком виде может быть решена. Удобнее, однако, использовать единую эквивалентную (усредненную) жесткость всего элемента на протяжении длины l_{crc}. Обозначим эту жесткость через GJ_{mid}.

В таком случае угол поворота между точками 1 и 3 (см. рис. 1) можно записать двумя равнозначными выражениями:

$$\varphi_{1-3} = \frac{M_t l_{crc}}{GJ_{mid}}; \tag{2}$$

$$\varphi_{1-3} = \frac{M_t}{G}\left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3}\right). \tag{3}$$

Приравнивая правые части выражений (2) и (3), получим значение эквивалентной жесткости J_{mid}:

$$J_{mid} = \frac{l_{crc}}{\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3}}, \tag{4}$$

где J_1 и J_3 определяются по (1), а J_2–момент инерции полного сечения.

Если расстояние между трещинами l_{crc} таково, что $l_2 = l_{crc} - l_1 - l_3 \leq 0$, то схема элемента с двумя трещинами будет выглядеть, как показано на рис. 3.

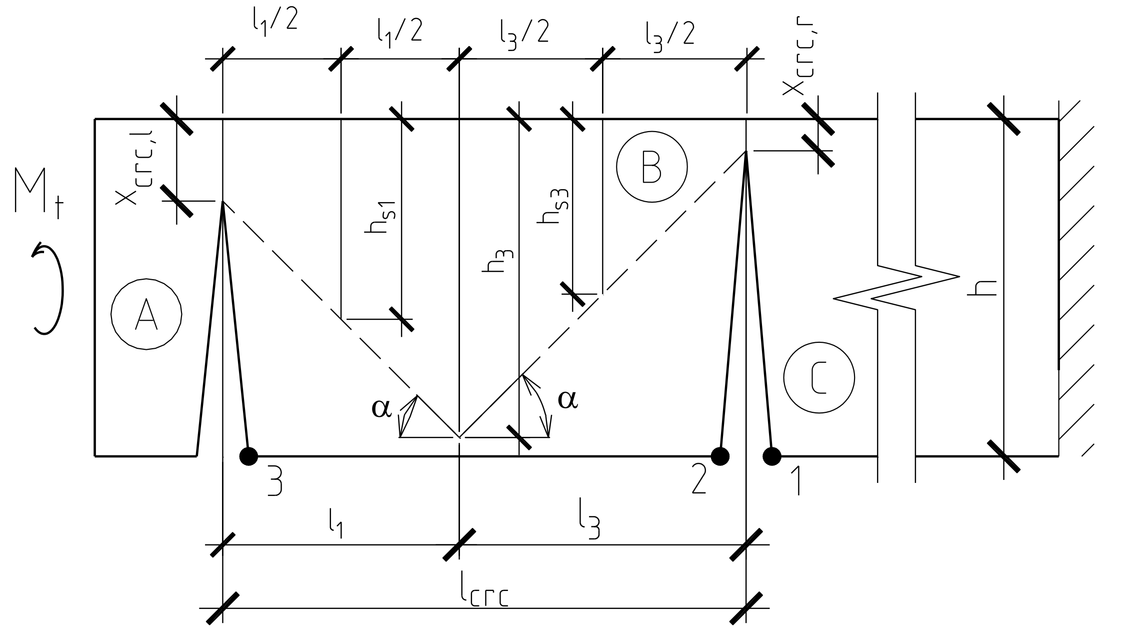

Рис. 3. Схема элемента при малом значении $\boldsymbol{l_{crc}}$

В таком случае усредненные жесткости $\boldsymbol{J_1}$ и $\boldsymbol{J_3}$ будут определяться из выражений подобных выражению (1), но высота $\boldsymbol{h}$ в этих выражениях будет равна не полной высоте сечения элемента, а высоте от верхней грани до пересечения наклонных линий (на рис. 3 эта высота обозначены через $\boldsymbol{h_3}$). А жесткость $\boldsymbol{J_2}$ будет отсутствовать. Далее определение общей эквивалентной усредненной жесткости подобно тому, как это было показано выше.

Для решения общей задачи определения жесткости при кручении железобетонного элемента с нормальными трещинами следует определить взаимное смещение блоков С и В (точек 1 и 2 на рис. 1 и 3). Эта задача после определения эквивалентных жесткостей не представляет трудностей. Для этого сначала следует определить угол поворота $\boldsymbol{\varphi_{1-3}}$ по (2) или по (3). Затем по известной формуле сопротивления материалов определить угол поворота $\boldsymbol{\varphi_{2-3}}$ между точками 2 и 3 как для элемента постоянного сечения с моментом инерции при кручении, равным $\boldsymbol{J_{tot}}$. Угол поворота между точками 1 и 2 будет равен разности углов $\boldsymbol{\varphi_{1-3}}$ и $\boldsymbol{\varphi_{2-3}}$.

Расчеты по приведенной методике показывают, что угол $\boldsymbol{\alpha}$ наклона линии изменения расчетной высоты сечения к горизонтали следует принимать равным 45 градусов. Сравнение расчетов с таким углом по методике, приведенной выше, и по программе Лира с применением объемных конечных элементов свидетельствуют о достаточной точности предложенного инженерного метода.

Выводы и перспективы исследований.

Для определения взаимного смещения берегов нормальной трещины предложен способ линейного изменения условной высоты расчетного сечения от минимальной в месте наличия нормальной трещины до полной. Линия изменения условной высоты наклонена под некоторым углом к горизонтали, который принят равным 45°. Методика расчета позволяет определить перемещения в трещине без использования громоздких вычислений. В тоже время она имеет достаточную для инженерных расчетов точность.

В перспективе предполагается варьирование углов наклона к горизонтали линии изменения условной высоты сечения для уточнения полученных результатов, а также распространение методики расчета с учетом нелинейных свойств материалов.

Список использованной литературы

1. Азизов Т.Н. Жесткость железобетонных элементов при кручении и ее влияние на пространственную работу мостов // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій// Збірник наукових праць. НАН України. Фізико-мех.інститут ім.. В.Г. Карпенка. – Львів, 2009. – С. 576-590.

2. Азизов Т.Н. Использование аппроксимационных конечных элементов в расчетах конструкций // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 39, частина 1. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2010. – С. 4-9.

3. Азизов Т.Н., Мельник А.В, Парамонов Д.Ю. НДС и прочность железобетонных балок с нормальными трещинами при кручении// Зб. наук.

праць. Серія «Галузеве машинобудування, будівництво», вип. 3 (25) – Том 3. Полтава: ПолтНТУ, 2009. – С. 9-13

4. Арутюнян Н.Х., Абрамян Б.Л. Кручениеупругих тел.. М.: Физматгиз, 1963. – 688 с.

5. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.

6. Коуэн, Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. / Г.Дж. Коуэн; – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.

7. Кочкарьов Д.В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам. – Рівне: О.Зень, 2015. – 384 с.

8. Тимошенко С.П. Теория упру гости. М.: ЩНТИ, 1934. –451 с.

9. AzizovT., KochkarevD. Rigiditi and Torsional Strength of Reinforced Concrete Bars with Normal Cracks // SciencesofEurope. – 2020. – Vol 1, № 47. – С. 27-36.