УДК 539.375

А.А.Каминский, Л.А.Кипнис,
В.А.Колмакова

ЛИНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ В КОНЦЕ РАЗРЕЗА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА РАЗЛИЧНЫХ СРЕД

В условиях плоской статической задачи рассматривается вопрос о начальной пластической зоне вблизи конца разреза со свободными от напряжений берегами на границе раздела различных сред. Пластическая зона моделируется линией скольжения, исходящей из конца разреза и расположенной на границе раздела сред. Такая ситуация возникает, когда метериалы двух контактирующих тел значительно жестче, чем более пластичный материал связующего (клея) на границе двух сред, где расположена трещина. Взаимодействие берегов линии скольжения моделируется законом сухого кулонова трения со сцеплением [7]. С учетом малости длины линии скольжения формулируется соответствующая краевая задача теории упругости для кусочно-однородной плоскости с полубесконечным прямолинейным разрезом и прямой линией скольжения в его конце. На бесконечности ставится условие, позволяющее учесть влияние внешнего поля на напряженно-деформированное состояние рассматриваемой области с бесконечно удаленной точкой. В данном условии фигурируют коэффициенты интенсивности напряжений в конце разреза. С помощью интегрального преобразования Меллина задача сводится к функциональному уравнению Винера-Хопфа. Строится точное решение функционального уравнения, выражаемое через интегралы типа Коши и гамма-функции. Определяется коэффициент интенсивности напряжений в конце линии скольжения. На основе этого результата выводится уравнение для определения длины линии скольжения. Оно устанавливает связь между длиной линии скольжения и коэффициентами интенсивности напряжений в конце разреза.

$$c_1 = \omega \operatorname{sign}(q_2 K_I - q_1 K_{II}), \quad c_2 = \arcsin[\, q (q_1 K_I + q_2 K_{II}),$$

$$c_3 = -q_0 q k_1 L^{1/2}, \quad q = [\,(q_1^2 + q_2^2)(K_I^2 + K_{II}^2]^{-1/2}.$$

Максимальное решение уравнения (3.2) определяет длину линии скольжения. В таблице приведены некоторые значения $q_{0,1,2}(e, \nu_1, \nu_2, k)$ $(\nu_1 = \nu_2 = 0{,}333,\ k = 0{,}1)$.

E_1/E_2	1,5	2	3	4	5
$-q_0$	2,793	2,781	2,764	2,745	2,729
q_1	0,176	0,174	0,172	0,169	0,166
q_2	1,773	1,759	1,714	1,682	1,653

Р Е З Ю М Е . Методом Вінера-Хопфа побудовано точний розв'язок статичної задачі теорії пружності для площини, що складена з двох різних однорідних ізотропних напівплощин, яка містить на межі розділу середовищ напівнескінченний розріз з вільними від напружень берегами та лінію ковзання, що виходить з його кінця, взаємодія берегів якої описується законом сухого кулонова тертя з зчепленням.

S U M M A R Y . An exact solution of a static problem of the theory of elasticity for a plane is constructed by the Wiener-Hopf method. The solution is composed of two different homogeneous isotropic half-planes and contains a semi-infinite cut and a slipline emerging from its end on the interface.

1. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. — М.: Наука, 1977. — 640 с.
2. *Кортен Х.Т.* Механика разрушения композитов // Разрушение. — М.: Мир, 1976. — 7, 1. — С. 367 — 471.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, — 1973. — 736 с.
4. *Нобл Б.* Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Изд-во иностр. лит. — 1962. — 279 с.
5. *Партон В.З., Перлин П.И.* Методы математической теории упругости. — М.: Наука. — 1981. — 688 с.
6. *Уфлянд Я.С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — Л.: Наука. — 1967. — 402 с.
7. *Черепанов Г.П.* Равновесие откоса с тектонической трещиной // Прикл.математика и механика. — 1976. — 40, № 1. — С. 136 — 151.
8. *Черепанов Г.П.* Пластические линии разрыва в конце трещины // Там же. — 1976. — 40, № 4. — С. 720 — 728.

Ин-т механики им. С.П. Тимошенко
НАН Украины, Киев (Украина)
Уман. пед. ин-т (Украина)

Поступила 10.03.94